

# Modellering af slag i Starcraft med differentiallyingninger

MALIK LINDHOLDT, Sorø Akademis Skole

Vinde eller tabe, det har været spørgsmålet for generaler gennem historien inden et slag. Et forsøg på at besvare dette spørgsmål er *Lanchesters love*. Om Lanchesters love kan beskrive slag i virkelighedens krige er omdiskuteret, men for slag i computerspil giver Lanchesters love et godt bud på udfaldet. I denne artikel beskrives, hvordan Lanchesters kvadratiske lov kan bruges til at opstille en model til beskrivelse af udfaldet af slag i computerspillet Starcraft, og hvordan man kan evaluere modellen ved at udføre slag i computerspillet. Spillet Starcraft er valgt, da det gratis kan downloades<sup>1)</sup>. Lanchesters kvadratiske lov kan løses ved hjælp af separation af de variable. Artiklen har været brugt til en temaopgave til et 3.g Mat A hold om modellering og separation af de variable<sup>2)</sup>.

## Lanchesters kvadratiske lov

Der er to udgaver af Lanchesters love: *den lineære lov* og *den kvadratiske lov*. Den lineære lov er for nærkampsvåben og den kvadratiske lov er for skydevåben. I denne artikel anvendes den kvadratiske lov.

Differentialligningerne for den kvadratiske lov er:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad \text{og} \quad \frac{dB}{dt} = -\alpha A \quad (1)$$

hvor  $A$  og  $B$  er antallet af soldater i henholdsvis hær A og B. De to parametre:  $\alpha$  og  $\beta$  beskriver, hvor effektiv den enkelte soldat er i de to hære til at dræbe en fjendtlig soldat. Sammenhængen mellem  $A$  og  $B$  kan bestemmes ved hjælp af separation af de variable.

Ved at dele de to udtryk for  $\frac{dA}{dt}$  og  $\frac{dB}{dt}$  fås:

$$\frac{\frac{dA}{dt}}{\frac{dB}{dt}} = \frac{-\beta B}{-\alpha A}$$

$A$  og  $B$  separeres på hver sin side af lighedstegnet

$$-\alpha A dA = -\beta B dB$$

Ved at integrere begge sider fås:

$$\alpha A^2 = \beta B^2 + c$$

Da vi kender antallet af soldater i de to hære inden slaget ( $A_0$  og  $B_0$ ), kan integrationskonstanten  $c$  bestemmes ved at indsætte  $A_0$  og  $B_0$ . Hermed bliver formlen:

$$\alpha (A_0^2 - A^2) = \beta (B_0^2 - B^2)$$

Vi antager, at den tabende side kæmper til den sidste mand,

og dermed er enten  $A$  eller  $B$  nul, når slaget er slut. Af dette kan vi se, at hvis hær A taber, må der gælde at  $\beta B_0^2 > \alpha A_0^2$ , da  $B^2$  altid er positiv.

Hvis  $\alpha A_0^2 > \beta B_0^2$  vinder hær A og antallet af soldater i hær A er efter slaget:

$$A = \sqrt{\alpha A_0^2 - \beta B_0^2} \quad (2)$$

Hvis  $\beta B_0^2 > \alpha A_0^2$  vinder hær B og antallet af soldater i hær B er efter slaget:

$$B = \sqrt{\beta B_0^2 - \alpha A_0^2} \quad (3)$$

## Beregning af $\alpha$ og $\beta$

Til at modellere et slag i Starcraft mellem to typer enheder skal to parametre,  $\alpha$  og  $\beta$ , beregnes.  $\alpha$  er hastigheden med hvilken en enhed i hær A er om at dræbe en enhed i hær B. I Starcraft har alle enheder en vis mængde liv (hit points)<sup>3)</sup>, hvert angreb fjerner en vis mængde liv fra den enhed som blev beskudt (damage), en tid inden et nyt angreb sker (cooldown) og nogle enheder tager mindre skade per angreb (defence). Formlerne for  $\alpha$  og  $\beta$  er:

$$\alpha = \frac{(D_A - F_B)C_A}{HP_B} \quad \text{og} \quad \beta = \frac{(D_B - F_A)C_B}{HP_A} \quad (4)$$

Hvor  $HP_A$  er antal hit points,  $D_A$  er damage,  $C_A$  er cooldown og  $F_A$  er defence for enhederne i hær A. Data for de forskellige enheder kan findes her<sup>4)</sup>.

I Starcraft er der 3 fraktioner: Terran, Zerg og Protoss, som hver har forskellige typer enheder med forskellig effektivitet. Til at vise hvordan  $\alpha$  og  $\beta$  kan bestemmes, er valgt en enhed fra Terran fraktionen (marine) og en enhed fra Zerg fraktionen (hydralisk). Hær A vil kun bestå af marines og hær B vil kun bestå af hydralisker.

For marine og hydralisk data, se tabel nedenunder. Med disse værdier er  $\alpha = 0,047$  og  $\beta = 0,16$ .

Data for marine (hær A)	Data for hydralisk (hær B)
Hit points ( $HP_A$ ): 40	Hit points ( $HP_B$ ): 80
Damage ( $D_A$ ): 6	Damage ( $D_B$ ): 10
Cooldown ( $C_A$ ): 0,63	Cooldown ( $C_B$ ): 0,63
Defence ( $F_A$ ): 0	Defence ( $F_B$ ): 0

## Simulering af slag i Starcraft

For valg af enheder til simulering af et slag skal man være opmærksom på, at nogle enheder i Starcraft bruger skydevåben og andre enheder bruger nærkampsvåben. Marines og Hydralisker er gode valg til at illustrere modellen, da de ikke har særlige egenskaber og bruger skydevåben.

Antagelserne for Lanchesters kvadratiske lov er<sup>5)</sup>:

1. De to styrke er begge inden for rækkevidde af hinanden
2. Beskydningen er fordelt ligeligt over fjenden
3. Parametrene  $\alpha$  og  $\beta$  er kendte og konstante – soldaternes effektivitet er konstant igennem slaget
4. Alle styrker er med i slaget fra start, og der kommer ingen forstærkninger
5. Den tabende side kæmper til den sidste mand

Hastigheden i spillet kan sættes ned og dette gør det meget nemmere for de to spillere at koordinere og anvende følgende fremgangsmåder for at opfylde antagelse 1 og 2.

Antagelse 1: Alle enheder har ikke samme rækkevidde, og en enhed vælger automatisk en enhed at skyde på, når den står stille. Lad de to hære gå frem mod hinanden og få dem til at stå stille på samme tidspunkt, når de begge er inden for rækkevidde af hinanden.

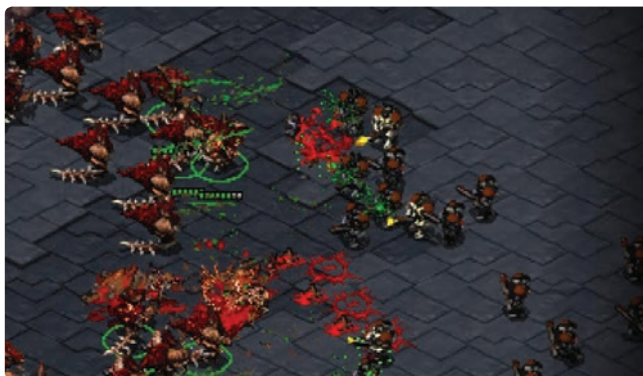
Antagelse 2: En enhed vælger tilfældigt en fjendtlig enhed at skyde på, hvis den ikke er blevet beordret til at skyde på en bestemt enhed. Det er mere effektivt, hvis alle enheder i en hær skyder på den samme fjendtlig enhed. Få derfor enhederne i en hær til at skyde på samme fjendtlige enhed.

Antagelse 3, 4 og 5 er nemme at opfylde i et computerspil, og dette gør at Lanchesters model passer så godt på et computerspil i modsætning til virkelighedens slag.

## Anvendelse i en gymnasieklasse

Emnet i denne artikel blev anvendt til en temaopgave i hvilken eleverne først skulle forklare teorien og dernæst sammenholde teorien med udfaldene af slag i Starcraft. Til at få eleverne i gang med deres slag gennemgik jeg, hvordan man indsamler ressourcer, bygger bygninger, producerer enheder, og hvordan man organiserer ens enheder i en gruppe i spillet. Man skal forvente, at de fleste elever har brug for hjælp til at udføre slagene, og vil tilråde, at der afsættes tid til, at eleverne kan lave slag i en time. Man skal dog grundigt overveje hvor meget tid, man ønsker at bruge på slagene, da der nemt kan blive brugt flere moduler på dem. Elever med kendskab til spillet eller lignende spil er til stor hjælp.

Teorien (se formel 2 og 3) passede perfekt på, hvilken af de to hær som vandt i elevernes slag. Antallet i den vindende hær efter slaget passede mindre godt i forhold til teorien for elevernes slag. Det er muligt at få en god overensstemmelse



mellem teori og praksis, hvis man bruger fremgangsmåderne i forrige afsnit. Man skal dog overveje, hvor vigtigt det er med en god overensstemmelse, da det nemt kan blive tidskrævende for eleverne. Jeg valgte ikke at fokusere så meget på det, og afvigelserne var et godt udgangspunkt for, at eleverne kunne diskutere i deres opgave, hvilke antagelser som er de svære at opfylde.

Lanchesters model kan også anvendes på andre spil af samme type som Starcraft (RTS). I et tværfagligt samarbejde med historie kunne et spil som Age of Empires være mere relevant. Her kunne man også med fordel inddrage Lanchesters lineære lov, som omhandler nærkampsvåben.

I tværfagligt samarbejde med informatik om computerspil kan resultatet for antallet af soldater i den vindende hær anvendes. Da antallet af soldater i (3) og (4) er i anden potens, bliver betydningen af en lille forskel i antal mellem to hære forstærket<sup>6)</sup>. Dette gør, at det er svært at balancere et computerspil, den vindende side ofte vil have relativt små tab, mens den tabende side bliver udslettet selvom forskellen imellem de to hære ikke er så stor.

Emnet appellerede mest til drengene, da flere af drengene havde forhåndskundskaber for spillet. Men da pigerne først havde lært de nødvendige færdigheder i spillet, syntes de også, at det var en sjov måde at lære matematik på. Emnet gav en god mulighed for at vise, hvordan differentialligninger kan anvendes, og mulighed for at diskutere en models gyldighed ved mange forskellige scenarier.

## Noter

<sup>1)</sup> Man skal lave en Battlenet Account, og derefter kan spilles downloades på [us.shop.battle.net/en-us/product/starcraft](http://us.shop.battle.net/en-us/product/starcraft)

<sup>2)</sup> Hvis du er interesseret i opgaveformuleringen for temaopgaven, send en mail på [ma@soroekademi.dk](mailto:ma@soroekademi.dk)

<sup>3)</sup> Nogle enheder har udover liv også et skjold (shield), som effektivt er det samme som liv, når man ser på et enkelt slag

<sup>4)</sup> [liquipedia.net/starcraft/Units](http://liquipedia.net/starcraft/Units)

<sup>5)</sup> *Lanchesters Square Law in Theory and Practice* by Major Ronald L. Johnson

<sup>6)</sup> [win-vector.com/blog/2010/09/lanchesters-law-why-small-advantages-swell-in-starcraft](http://win-vector.com/blog/2010/09/lanchesters-law-why-small-advantages-swell-in-starcraft)