

GOD STIL I SRP-FORMULERINGER I MATEMATIK

- ET PROJEKT UNDER MATEMATIKLÆRERFORENINGEN, 2015

Forord

I forbindelse med arbejdet med censorarbejdet på SRP-projekter i skoleåret 2014-15 udvalgte og indsendte matematikkolleger/censorer på fagkonsulentens opfordring en række SRP-opgaveformuleringer, som de vurderede fungerede godt. Disse opgaveformuleringer er blevet samlet og behandlet af en arbejdsgruppe under Matematiklærerforeningen. Arbejdsgruppen har udvalgt og kommenteret opgaveformuleringer, der viser et bredt spektrum af matematiks samspil med andre fag.

Læreplanen for studieretningsprojektet på stx giver mulighed for meget forskelligartede formuleringer, også på grund af de indgående fags forskellige traditioner. Med denne rapport giver Matematiklærerforeningen hermed konkrete eksempler på opgaveformuleringer og bud på ”*God stil*” i SRP-opgaveformulering med matematik. Vi håber, at I tager godt imod resultatet og at det kan være et fælles udgangspunkt for arbejdet med SRP-opgaveformuleringerne ude i faggrupperne.

Styredokumentet for udformningen af en SRP-opgaveformulering er *læreplanen* for studieretningsprojektet ”*Studieretningsprojektet – stx, juni 2013*”, der findes i stx-bekendtgørelsens bilag 7¹. Desuden er der *vejledningen* til studieretningsprojektet ”*Studieretningsprojektet – Stx, Vejledning / Råd og vink, oktober 2010*”, som indeholder mere konkrete retningslinjer for bl.a. opgaveformuleringen². Denne rapport kan opfattes som et forsøg på at forlænge *vejledningen* ind i faget matematik, idet vi på baggrund af de formelle krav har diskuteret og herefter opstillet *konkret anvendelige råd* om, hvordan de overordnede krav tilgodeses bedst muligt i matematik.

Det er vigtigt at understrege, at foreningen på ingen måde ønsker at definere ’den rigtige’ opgaveformulering, men blot ud fra begrundede kriterier at synliggøre ’god stil’.

Vi gør opmærksom på, at Matematiklærerforeningen gennem flere år har indsamlet opgaveformuleringer fra gennemførte studieretningsprojekter, som ligger tilgængeligt elektronisk³, Databasens indhold er dog *ikke* kvalitetsvurderet af Matematiklærerforeningen. Ydermere findes der flere idéer til og informationer om SRP i matematik på EMU’en, som dog heller ikke er kvalitetsvurderet af fagkonsulent eller Matematiklærerforeningen forud for offentliggørelsen.

Matematiklærerforeningen, efteråret 2015.

¹ <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=152507#Bil7>

² https://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Gym/PDF10/Vejledninger%20til%20laereplaner/Stx/101008_STX_Studieretningsprojektet_Vejledning2010.pdf

³ <https://www.eg-gym.dk/scripts/stprojekt/srpalle.aspx>

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	2
Del 1: Overvejelser om den gode formulering i matematik	3
Del 2: De kommenterede formuleringer.....	7
BIOLOGI.....	8
1 Matematik og biologi: Smertestillende medicin.....	8
2 Matematik og biologi: Leukæmi og kræftceller	9
DANSK	10
3 Matematik og dansk: Matematik og litteratur	10
4 Matematik og dansk: Formidlingsartiklen - grafteori.....	11
ENGELSK.....	12
5 Matematik og engelsk: Jack the Ripper.....	12
6 Matematik og engelsk: Alice in Wonderland	13
FYSIK	14
7 Matematik og fysik: Parameterkurver og fiktive kræfter	14
8 Matematik og fysik: Relativitetsteori og matrixregning.....	15
9 Matematik og fysik: Bevægelse og luftmodstand med badebold.....	16
10 Matematik og fysik: Linser og matricer	17
HISTORIE.....	18
11 Matematik og historie: Galilei og verdensopfattelse	18
12 Matematik og historie: Enigma-maskinen.....	19
IDRÆT	20
13 Matematik og idræt: Aktionspotentialer.....	20
14 Matematik og idræt: Doping.....	21
KEMI.....	22
15 Matematik og kemi: Smertestillende medicin.....	22
16 Matematik og kemi: Oscillerende reaktioner	23
MUSIK	24
17 Matematik og musik: Per Nørgård og uendelighed.....	24
SAMFUNDSFAG	25
18 Matematik og samfundsfag: Spilteori og international politik	25
19 Matematik og samfundsfag: Økonomiske kriser.....	26

Del 1: Overvejelser om den gode formulering i matematik

De følgende råd vil tage form af konkrete spørgsmål og svar, der typisk opstår, når man skal formulere opgaveformuleringerne. Hvor det er relevant, henvises via nummereringen til formuleringer i Del 2 af rapporten. Rådene ligger i forlængelse af læreplan og vejledning, hvorfor indholdet af disse antages kendt.

Skal opgaveformuleringen indledes med en spørgende problemformulering?

Nej, men det kan fx være en måde at fastholde fokus på målet, når man arbejder med opgaveformuleringen. Men læreplanen stiller kun krav om, at eleverne skriver inden for en 'faglig problemstilling'⁴. Dog anbefales det i flere SRP-guides i andre fag^{5,6} at have en sådan styrende problemstilling.

Oftest ses kun en overskrift/emneangivelse, som er mere eller mindre konkret. I færre tilfælde ses deciderede problemformuleringer, men se dog eksemplerne [9](#), [13](#) og [19](#) i rapportens Del 2. De virker som en rød tråd for opgaven og forekommer i forskellige fagkombinationer. For nogle elever er det en fordel, fordi konklusionen får et decideret spørgsmål at besvare. Endelig er det inspirerende, hvis eleven kommer med en påstand fra medier eller forskning, og man spørger 'hvordan kan matematik bekræfte/tilbagevise påstand XX?'. Hvis forløbet starter med en spørgende tilgang, kan denne fastholdes i vejledningsforløbet og derfor også i opgaveformuleringen.

Man kan med fordel lade opgavens omdrejningspunkt komme *først* i formuleringen, eksempelvis [9](#) og [13](#). I formidlingsopgaven med dansk kan kravet om en populærvidenskabelig artikel stå som det styrende formål, mens eleven selv kan vælge den bedste placering. Se mere om formidlingsopgaven fra "Undervisningsministeriets konferencer om Samarbejdsdimensionen i studieretningsgymnasiet"⁷.

Hvordan inddrages henholdsvis matematisk ræsonnement og modellering?

Den deduktive side af matematik (DSB-matematik⁸) står centralt i faget på A-niveau, og det vil være naturligt, at en SRP-besvarelse omfatter denne side af faget, men det er ikke et krav. Hvis ikke emnet lægges op til en deduktiv behandling, så skal der være mulighed for at eleven på anden vis kan demonstrere sin evne til matematisk ræsonnement f.eks. gennem opstilling af modeller, eksperimentel tilgang med efterfølgende opstilling af konkrete resultater etc. Matematisk tankegangskompetence lægges ligeledes til grund for bedømmelse af opgavebesvarelsen som helhed, både når eleven arbejder konkret inden for faget og anvender faget på en problemstilling uden for faget selv. Det er vigtigt, at opgaveformuleringen lægger op til, at eleven kan kombinere matematik med det andet fag, dvs. når eleven arbejder inden for faget selv, så skal der være tydelige referencer frem og tilbage til de centrale problemstillinger, der er opgavens fokus.

I samarbejde med naturvidenskabelige fag er matematik ofte redskabsfag til behandling af en empirisk problemstilling, hvorfor modellering og modelovervejelser bliver naturligt relevante og kommer til at præge opgaven, men til grund for disse overvejelser ligger oftest også matematisk teori, som bør behandles konkret.

⁴ <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=152507#Bil7>

⁵ <http://www.emu.dk/modul/srp-studieretningsprojektet-1%C3%A6rere>

⁶ <http://www.emu.dk/sites/default/files/R%C3%A5d%20og%20Vink%20til%20SRP%20og%20SSO%202013.pdf>

⁷ http://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Gym/PDF10/Konferencer/Samarbejde%20i%20SR%20gymnasiet/100305_SRP_ogaver_m_mat_nat_da.pdf

⁸ D = Definition, S = Sætning, B = Bevis.

I andre tilfælde af samme tværfaglige samarbejder optræder matematik uden at være modelleringsredskab, se f.eks. [3](#), [4](#), [6](#) og [17](#).

I formidlingsopgaver med dansk⁹ findes både anvendt matematik (fx SIR-modellen) og ren matematik (fx [4](#) om grafteori).

I [17](#) med musik kan man tale om, at et musik og et matematisk fænomen (iteration/uendelighed) 'løber parallelt' i de to fag. Dette samme gør sig gældende i [3](#) om begrebet uendelighed i matematik og litteratur.

Hvor og hvordan skal matematik være repræsenteret i opgaveformuleringen?

Som udgangspunkt bør opgaveformuleringen have den højst mulige grad af fagintegration, idet det synliggør nødvendigheden af begge fag i arbejdet med problemstillingen, som det er lagt op til i læreplanen. Derfor bør begge fag optræde bredt i hele opgaveformuleringen, men emnet og fagkombinationen kan lægge en reel begrænsning på dette.

Der lægges i vejledningen op til, at man kan bygge formuleringen taksonomisk op¹⁰, men det kan medføre en u hensigtsmæssig fagopsplitning, og en ret stor del af de formuleringer, vi præsenterer her, har kun delvist denne opbygning. Hvis eleven har en forståelse af, at matematik er 'redegørende', så bør man i vejledningen arbejde med, at afklare for eleven, at det "redegørende niveau" er matematikkens højeste taksonomiske niveau.

Det er uheldigt at reducere matematiks rolle til en teoretisk præsentation i starten af opgaven. Man bør formulere opgaven, således at også andre dele af faget tilgodeses, herunder modellering og anvendelser samt fagets historie og identitet, som i høj grad er i spil i tværfaglige sammenhænge. Nogle emner lægger bedre op til fagintegration end andre, og [1](#), [7](#) og [14](#) er eksempler herpå.

Hvor eksplicite skal kravene til matematik være?

I læreplanen anføres, at formuleringen skal være *konkret, afgrænset og [præcis]*¹¹. Der kan dog ikke svares generelt på, hvad der virker specielt godt for matematik, fordi det varierer alt efter emne, fagkombination - og elev, hvilket de meget forskellige opgaveformuleringer også vidner om.

I [19](#) (med samfundsfag) forekommer den åbne formulering "Giv en matematisk redegørelse for relevante dele af spilteori", hvor eleven selv skal udvælge de dele, der er relevante for besvarelsen af opgaven. Det kræver selvstændighed og en sikker elev at håndtere dette. Dog kan det være en udfordring for censor at vide, hvornår dette punkt er tilstrækkeligt besvaret. Et andet problem kan være, at hvis det vurderes, at eleven ikke har besvaret denne del tilfredsstillende, kan eleven i en evt. klage henvise til de uspecifikke krav til matematik. Man kunne forbedre opgaveformuleringen ved at udpege enkelte begreber/emner, som eleven skal dække fx "...relevante dele af spilteori, herunder...".

Formulering [8](#) (med fysik) er også ret åben, mens [10](#) (samme emne) er mere specifik med konkrete ønsker til emnet (matrixregning). Overordnet kan man sige, at en opgaveformulering stiller eleven bedst, når den følger

⁹ Bemærk: Formidlingsopgaver kan *kun* skrives i samspil med dansk - fx ikke med engelsk.

¹⁰ Mange fag bruger pr. automatik "Blooms taksonomi", men det kan være nyttigt i matematik at anvende "SOLO-taksonomien" i stedet, og mange andre fag kan også finde sig tilrette i den taksonomi.

¹¹ <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=152507#Bil7>

læreplanens krav om at være konkret, afgrænset og præcis *uden* at blive en decideret punkttopstillet arbejdseddél.

Hvilke ord er god stil at bruge i formuleringen?

Der ses forskellige udsagnsord i brug, men hovedreglen er, at man bruger 'skal' og undgår at bruge 'bør', 'kan', 'evt. inddrage' osv., da formuleringer af den karakter stiller både eleven og censor dårligt, fordi hvornår har eleven så besvaret den del af opgaven? Og hvordan skal det vægtes, hvis eleven ikke har den omtalte del med? Den slags uhensigtsmæssigheder besværliggør endvidere bedømmelsessamtalen, hvis det f.eks. under denne kommer frem, at 'kan' faktisk var ment som 'skal'.

Desuden er der de særligt matematikfaglige ord, som eleverne ikke nødvendigvis har den rigtige faglige forståelse af, fx ordet 'redegørelse'. En redegørelse i matematik er ikke en redegørelse som i andre fag, så vejlederne bør sikre, at eleven har en forståelse af, hvad der kræves af en matematikfaglig redegørelse. Det samme med opstilling (af model), vurdering (af model), etc.

Skal der være konkrete opgaver i formuleringen?

Nej, men der *kan* være konkrete bilag og opgaver (i bred forstand), se fx [1](#), [2](#), [4](#), [7](#). For at undgå for lange formuleringer, bør opgaver placeres i et bilag, der henvises til i opgaveformuleringen. Opgaverne skal være relevante for opgaveformulering og teste de faglige mål. Men opgaverne kan også have den hensigt at sikre eleven mulighed for at kunne demonstrere selvstændighed (og dermed delvist sikre mod plagiat), dvs. demonstrere sin evne til på egen hånd at anvende den matematik, der er i fokus, på en given problemstilling, som kan være kendt eller ukendt. På den måde kan en opgave også være en del af det ukendte aspekt, der ikke er drøftet med eleven i vejledningen.

Opgaver kan desuden være en hjælp for nogle elever, idet opgaverne kan være en hjælp til at lede eleven på rette vej, fx kan en opgave pege på behandling af et matematisk begreb, som kræver teoretisk behandling i teksten. Derfor bør det også være elevens afgørelse, hvor besvarelsen af eventuelle opgaver hører til i den samlede SRP-besvarelse. Herved sikrer man en meningsfyldt brug i besvarelsen samt understøtter både besvarelsens helhedsindtryk og elevens selvstændighed.

Hvordan tæller beregninger og formler med i sideantallet?

Læreplanen foreskriver, at der angives "krav til omfanget af opgavebesvarelsen". Når man som vejleder angiver det forventede omfang, bør man tage udgangspunkt i emnet og opgaveformuleringens konkrete krav, og ikke i en fast standard eller skolepraksis. I bedømmelsen er besvarelsens længde en del af helhedsvurderingen, dvs. den vurderes ikke selvstændigt, men ses i relation til indholdet. Det skal vurderes ud fra sammenhængen mellem formuleringen og besvarelsen, om besvarelsen længde er rimelig og passende, set ud fra krav om faglig fordybelse i og faglig formidling af opgaveformuleringen. Faglig formidling i matematik tager udgangspunkt i "god matematisk skik", som den fx er beskrevet på omslagssiden af ethvert skriftlige opgavesæt. Indgår der figurer, tabeller og lign. materialer, så skal disse have en størrelse, så eventuelle karakteristika fremgår tydeligt. Symbolsproget skal være konsistent og længere matematiske udledninger skrives i en læsbar form (fx under hinanden i stedet for efter hinanden), så elevens tankegang fremstår tydeligt, og så det er nemt for læseren at orientere sig heri. Med en "mental model af opgavebesvarelsen i hovedet" kan man i matematik f.eks. bruge rettesnoren "en side er en side" under hensyntagen til god faglig formidling, når man som vejleder fastsætter opgavebesvarelsens omfang.

Hverken læreplan eller vejledning omtaler en definition af en "standardnormalside", tværtimod står der i vejledningen: "Der er i læreplanen ikke fastsat retningslinjer med hensyn til besvarelsens omfang. Flere forhold kan have indflydelse på omfanget: Karakteren af opgaveformuleringen og forskellige faglige traditioner, hvor nogle fag i højere grad end andre formulerer sig i koncentreret form. Der kan ikke angives håndfaste regler for omfanget [...]". Til trods herfor opererer nogle skoler i deres SRP-vejledningspraksis med et 'normalside-begreb', som dog ikke kan fremhæves i en bedømmelsessituation. Ved bedømmelsen lægges vægt på, at eleven har truffet fornuftige valg med henblik på en god faglig formidling af indholdet, og det er vejledernes ansvar at angive et passende krav til omfanget af opgavebesvarelsen, således at eleven netop på fornuftig vis kan besvare opgaven inden for det fastsatte sideantal (uanset anslag og andre optællinger). I SRP, hvor matematik indgår, giver det ikke megen mening at tælle anslag, når beregninger og formler som oftest er indholdstunge og arbejdskrævende, men jo hverken er tekst- eller anslagstunge. Desuden tæller formler ikke med i Words anslagstæller. Bedømmelsen er for et hvert tilfælde en pragmatisk vurdering af, i hvilken grad eleven lever op til de faglige mål for SRP, og der skal altid tages højde for vejlederes eventuelle særlige påtegninger i relation til f.eks. omfangskrav.

Kort sagt, den faglige formidling er et fagligt mål, der skal bedømmes, så kravet til eleven er, at layoutet er passende, hvad enten det er ren tekst eller formler, og at eleven ikke via layout omgår det af vejlederne fastsatte omfangskrav.

De fleste formuleringer i rapportens Del 2 ses med et omfangskrav på 15 til 20 sider eller 20 til 25 sider.

Hvad kan eleverne bilægge?

Elever kan vedlægge regneark, datasæt, gentagne udregninger mv. som bilag til besvarelsen. Bilag må altså ikke bruges til at omgå kravet til omfang ved fx at bilægge lange matematiske udledninger eller centrale figurer. Selve opgavebesvarelsen - uden bilag - udgør jo netop *besvarelsen af opgaveformuleringen*, og det skal være klart for eleven, at bilag vedlægges for det tilfælde, at læseren ønsker yderligere information om detaljer i opgavebesvarelsen. Normalt giver det ikke anledning til problemer, men som vejleder bør man gøre tydeligt opmærksom på brug af bilag, og i hvert fald sikre, at eleven ikke udnytter bilag til at omgå omfangskravet.

Hvad hvis emnet passer dårligt til faget eller eleven?

Som vejleder er man faglig ansvarlig for, at det er muligt at skrive en tværfaglig opgave inden for et emne med de valgte fag, og derfor er det også muligt at afvise uhensigtsmæssige emneforslag fra eleven. Det gælder både, hvis emnet ligger for langt fra faget, eller det er for svært at behandle i en SRP. Desuden har en elev heller ikke ret til at skrive om et emne, de fx har set brugt i andre SRP-opgaver publiceret på internettet. Når man som vejleder afviser en elevs forslag handler det jo i bund og grund om at beskytte eleven.

Del 2: De kommenterede formuleringer

I den resterende del af rapporten præsenteres de gode formuleringer, der blev udvalgt i projektet.

Formålet er at synliggøre *den gode stil*. Nogle formuleringer har enkelte skønhedsfejl, som vi kommenterer i det gode eksempels tjeneste. Vi ønsker desuden at vise alsidigheden i, hvordan den gode formulering kan tage sig ud.

Der er ikke ændret i ordlyden af de oprindelige formuleringer.

Hver formulering følges af nogle korte overvejelser, der knytter råd og overvejelser fra del 1 an til formuleringen. Det er ikke hensigten, at det skal have karakter af kritik, men vi håber, det blot ses som forsigtige forbedringsforslag ud fra de kriterier, som vi nu engang har brugt. Overvejelserne er heller ikke dækkende for, hvad der er at sige om den enkelte formulering, men blot udtryk for det mest iøjnefaldende.

Fagene er ordnet alfabetisk. Der er formuleringer fra matematik i samarbejde med følgende fag: Biologi, dansk, engelsk, fysik, historie, idræt, kemi, musik og samfundsfag.

Hvis ikke andet er angivet, er begge fag repræsenteret på A-niveau.

Man kan navigere via hyperlinks i indholdsfortegnelsen. Desuden er overskrifterne til hver formulering et link tilbage til indholdsfortegnelsen.

BIOLOGI

1 Matematik og biologi: Smertestillende medicin

Smertestillende medicin

Redegør for den del af nervesystemet, der er relevant for oplevelsen af smerte.

Analyser hvordan den smertestillede medicin virker på nervesystemer, og hvordan kroppens eget smertelindrende system virker.

Opstil en matematisk model for, hvordan medicinen optages i kroppen.

Forskellige situationer ønskes modelleret og illustreret i IT-redskabet Maple:

- Oral indtagelse contra intravenøs indtagelse
- Enkeltdosis contra dosering med fast interval

Vurder konsekvensen af valget af dosisinterval, når de anbefalede dosisgrænser for medicin skal overholdes.

Diskuter hvorfor mennesker har forskellig smertetolerance og vurder om det har betydning for deres brug af smertestillende medicin.

Omfang: 15-20 sider.

God sammenhæng og integration mellem fagene, tydelige krav, konkrete opgaver tænkt meningsfyldt ind i opgaven. Selvom den kan virke lang, er det en ret åben formulering med plads til selvstændighed. Matematik er også repræsenteret i diskussion og vurdering. Man kunne let lave en samlende problemstilling, der ville bidrage til helhedsindtrykket.

2 Matematik og biologi: Leukæmi og kræftceller

Gør rede for cellers cyklus og forklar, hvordan fejl i cellens cyklus kan resultere i kræftceller.

Med fokus på leukæmi bedes du forklare, hvordan kræftceller vokser og spredes i kroppen, herunder nogle af de barrierer, kræftceller må overvinde.

Redegør for den logistiske differentilligning som model til beskrivelse af populationers vækst, og løs den. Relater dette til normale cellers og kræftcellers vækst.

Redegør for nedenstående differentilligningssystem som model til beskrivelse af kræftsvulsters vækst, idet $X(t)$ og $Y(t)$ svarer til antallet af hhv. normale celler og kræftceller.

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= a_1 \cdot X \cdot (1 - b_1 \cdot X) - c_1 \cdot X \cdot Y \\ \frac{dY}{dt} &= a_2 \cdot Y \cdot (1 - b_2 \cdot Y) - c_2 \cdot X \cdot Y\end{aligned}$$

Foretag en simulering med modellen for følgende konstanter og startbetingelser:

$$a_1 = 0.43, a_2 = 0.51, b_1 = 0.2, b_2 = 0.12, c_1 = 1.25, c_2 = 0.56, X(0) = 0.08, Y(0) = 0.02.$$

Eksperimenter med konstanternes og startbetingelsernes værdier.

Vurder modellens evne til at beskrive leukæmi, og vurder fremtidsperspektiverne i forhold til diagnosticering og behandling af leukæmi.

Besvarelsen forventer at have et omfang på 15-20 sider eksklusive indholdsfortegnelser, figurer, litteraturliste og eventuelle bilag.

Der er en klar rød tråd, matematik som modellering er repræsenteret på forskellig vis. Der er ikke krav til, hvordan den logistiske diff.ligning skal løses, så formuleringen kunne måske skærpes. Tydelige krav til matematik, dog kan man stille krav til efterbehandlingen af simuleringen. De konkrete differentilligninger og simulering kunne bilægges for overblikket skyld.

DANSK

3 Matematik og dansk: Matematik og litteratur

Dage med Diam eller Livet om natten

Giv en kort præsentation af Svend Åge Madsen og hans forfatterskab samt en introduktion til romanen "Dage med Diam eller Livet om natten".

Foretag en analyse og fortolkning af "Dage med Diam eller Livet om natten" med særlig fokus på form og struktur samt fortællerforhold. Du skal i denne forbindelse komme ind på fortællerens udspaltningsprojekt og de mange muligheder, der dermed findes. Hvorledes forholder fortælleren og Svend Åge Madsen sig til tilværelsen som en række af uendelige valgmuligheder?

Diskutér hvordan og med hvilket formål Svend Åge Madsen anvender matematik i romanen og gør det til en del af den overordnede tematik. Undervejs i opgaven skal du:

- introducere begrebet tilfældighed
- omtale et "binært træ"
- opstille en model for "random walk" også kaldet "tilfældige gåture" og forklare hvad et "Galton bræt" er
- omtale binomialkoefficienter og Pascals trekant
- perspektivére til tidens litterære strømninger, herunder særligt systemdigtning og attituderelativisme.

Omfang: 17–20 sider + evt. bilag.

God fagintegration. Præcis og dog med detaljerede og tydelige krav til matematik særligt gennem pindene til sidst, mens det stadig er op til eleven, hvor og hvordan det inddrages. Her kunne man lægge op til større selvstændighed, evt ved færre konkrete krav. Man kunne have en problemformulering omkring opfattelsen af tilfældighed/uendelighed.

4 Matematik og dansk: Formidlingsartiklen - grafteori

GRAFTEORI

Redegør kort for de grundlæggende egenskaber indenfor grafteori.

Redegør for orienterede grafer med fokus på turneringer og Hamiltongrafer. Du skal blandt andet vise, at der for enhver turnering findes en Hamiltonvej.

Du skal i din redegørelse inddrage en besvarelse af den nedenstående opgave:

Opgave:

1. 5 deltagere spiller en turnering alle-mod-alle. Vis, at det er muligt for alle 5 deltagere at vinde og tabe lige mange kampe.
2. Hvis 6 deltagere spiller den samme turnering, skal det vises, at det ikke er muligt at alle 6 deltagere kan dele en førsteplads.

Du skal på baggrund af din gennemgang udarbejde en artikel om grafteori og turneringer. Artiklens målgruppe er den typiske læser i et populærvidenskabeligt tidsskrift som *Illustreret Videnskab*, og besvarelsen skal med inddragelse af retoriske og argumentationsteoretiske overvejelser begrunde den valgte formidlingsform i relation til målgruppen. Du bestemmer selv, om begrundelsen indleder eller afslutter besvarelsen.

Omfang: 15-20 sider.

Formidlingsopgaven. Der er krav om konkrete opgaver samt bevisførelse, der kan føres videre ned i den populærvidenskabelige artikel og metadelen. Desuden lægges der op til at eleven selv vælger placeringen af artiklen. Man kunne have trukket formuleringen om artiklen op forrest som styrende problemstilling og tilføje 'undervejs i opgaven skal du....' hvis man ønsker en mere åben opgave og større selvstændighed. Bemærk også, at man skal sikre, at kravet til den danskfaglige del om formidling og argumentation skal stå tydeligt i opgaven, da den bærer en stor del af det andet fag i opgaven.

Man kunne af hensyn til længden have opgaverne som bilag.

ENGELSK

5 Matematik og engelsk: Jack the Ripper

JACK THE RIPPER

Redegør kort for det engelske bysamfund som det foldede sig ud i London i tiden omkring Jack the Ripper mordene.

Redegør for relevante dele af teorien og funktioner i to variable.

Forklar om metoden, der på engelsk kaldes Geographical profiling.

Vis, at barrierefunktionen $f(d) = e^2 \cdot b^{-4} \cdot d^4 \cdot e^{-\frac{2d^2}{b^2}}$ med $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ har maksimum i en cirkel med centrum (0,0) og radius b.

Med udgangspunkt i 2 engelske aviser ønskes en analyse af disses dækning af mordene fra begyndelse til de ophørte. Herunder bedes du undersøge samtidens syn på mordene, som det kommer til udtryk i dækning, og om aviserne social og politiske tilhørsforhold spillede en rolle i deres dækning.

Anvend geographical profiling på de fem sikre Jack the Ripper mode (Canonical Five) dels med barrierefunktion f ovenover og dels med en tilsvarende normeret funktion af typen

$g(d) = c \cdot d^2 \cdot e^{-a \cdot d^2}$, hvor a og c er konstanter.

Vurder om avisernes dækning ville have været anderledes, hvis et af nutidens tekniske hjælpemidler geographical profiling havde været tilgængeligt.

Opgaven forventes at have et omfang på 15-20 sider.

God fagintegration. De to fag skiftes til at være på. Matematik kommer i spil fra start til slut. Konkrete krav til begge fag, desuden opgaveløsning i matematik. Formuleringen bliver lidt lang med de konkrete opgaver, der kunne bilægges.

6 Matematik og engelsk: Alice in Wonderland

EMNE: Matematisk argumentation i Lewis Carrolls Alice in Wonderland

Redegør for matematisk argumentation med særligt fokus på syllogismer.

Redegør kort for forfatterens baggrund og samtid.

Analysér og fortolk Alice in Wonderland med særligt fokus på Alices udvikling og forhold til logik.

Med udgangspunkt i dele af bilag 1 skal du behandle bogens syn på matematik og logisk tænkning.

Diskutér Carrolls hensigt med Alice in Wonderland og vurder, hvad bogen er en satire af.

OMFANG: 15-18 sider

BILAG 1: Alice's adventure in algebra: Wonderland solved. Fra New Scientist. 2009.

[<http://www.newscientist.com/article/mg20427391.600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved.html?full=true&print=true#.UpYNecTuJ8E>]

Mere klassisk tredelt opgaveformulering, men dog med progression og sammenhæng mellem delene. Matematik er i fokus som argumentation og logik. Krav til selvstændighed idet eleven selv skal trække relevante dele ud af bilag og flette ind i analysen af bogen. Matematik desuden repræsenteret i vurderingen. Man kunne stille mere klare krav til hvad der skal hives ud af bogen (om matematik), fx om nonsensprog.

FYSIK

7 Matematik og fysik: Parameterkurver og fiktive kræfter

Gør rede for, hvad man forstår ved parameterkurver. Giv en grundig forklaring på, hvad det vil sige, at en parameterkurve er kontinuert og differentiabel. Og undersøg, hvordan tangenter til parameterkurver bestemmes.

Opstil en parameterkurve for et legeme, som gnidningsfrit bevæger sig langs en ret linje, og overfør denne bevægelse til et henførelsessystem, som roterer med en konstant vinkelhastighed.

Du skal herunder bevise, at en vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, som roteres i en vinkel v i positiv omløbsretning over i en ny vektor \vec{b} , får koordinaterne:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot \cos v - a_2 \cdot \sin v \\ a_1 \cdot \sin v + a_2 \cdot \cos v \end{pmatrix}$$

Undersøg denne bevægelse eksperimentelt vha. et roterende kamera, som filmer et legeme, der udfører en jævn retlinet bevægelse.

Forklar, hvad man forstår ved fiktive kræfter. Undersøg hvilke fiktive kræfter, der er nødvendige for at beskrive ovenstående bevægelse i det roterende henførelsessystem.

God fagintegration, virker lidt opskriftsagtigt i sin ordlyd, men stiller krav til selvstændighed og udvælgelse i kraft af sine åbne formuleringer, fx 'undersøg'. Opgaven kunne lægges som bilag.

8 Matematik og fysik: Relativitetsteori og matrixregning

Redegør for de grundlæggende regler for regning med matricer. Forklar, hvad den inverse matrix kan bruges til, og hvorledes den bestemmes.

Beskriv grundlaget for den specielle relativitetsteori, og udled Lorentz-transformationen.

Under anvendelse af matrixregning skal du gøre rede for fænomenerne længdeforkortelse og tidforlængelse.

Du skal lave en eksperimentel bestemmelse af myonens levetid.

Inddrag løsningen af opgaven herunder i din besvarelse.

Opgave

To rumskibe afsendes fra Jorden i modsatte retninger. Rumskibenes fart v i forhold til Jorden er den samme for begge rumskibe.

- Opskriv matricerne L_1 og L_2 for Lorentz-transformationerne for hvert af de to rumskibe i forhold til Jorden.
- Bevis at L_1 og L_2 er hinandens inverse, og forklar den fysiske betydning af dette.
- Benyt L_1 og L_2 til at opstille et udtryk for Lorentz-matricen for rumskib 2 i forhold til rumskib 1

Det antages nu at $v = 0,9 \cdot c$

- Beregn Lorentz-matricen for rumskib 2 i forhold til rumskib 1. Find den tilhørende γ -faktor, og beregn hastigheden af rumskib 2 i forhold til rumskib 1.

Konkrete opgaver, der skal flettes ind i opgaven af eleven. Krav til at eleven selv fortolker 'grundlæggende regler' for matrixregning. Tydelig anvendelse af denne teori senere. Det er ofte helt nyt stof for eleverne og ofte svært, så fint med lidt styring. Antagelsen $v = 0,9 \cdot c$ er velkendt fra eksempler i litteraturen, så man kunne vælge et andet udgangspunkt.

9 Matematik og fysik: Bevægelse og luftmodstand med badebold

Hvorfor bevæger en badebold sig ikke på samme måde som en håndbold?

Opgaven skal bl.a. indeholde

En opstilling af de differentilligninger, der er relevante for beskrivelse af bevægelse med luftmodstand i 1- og 2 dimensioner (fald med luftmodstand og skråt kast med luftmodstand)

En redegørelse for, hvorledes vi kan løse differentilligningerne (med luftmodstand proportional med v^2) i det tilfælde, hvor der er tale om lodret fald. I denne forbindelse skal du bevise sætningen om separation af variable.

En argumentation for, hvorfor vi ikke kan løse de tilsvarende differentilligninger for bevægelse i 2 dimensioner med de samme metoder, samt en udledning af numeriske metoder til løsning af differentilligninger, vi så kan benytte.

Besvarelsen skal desuden indeholde eksperimenter med bevægelser, som kan illustrere dette. Eksperimenter kan for eksempel udføres ved at filme bevægelsen og dernæst analysere filmen vha. programmet LoggerPro. Resultaterne af dette kan sammenlignes med de løsninger man får ved løsning af differentilligningerne. Her må du gerne benytte programmet "Modellus".

I besvarelsen skal indgå en besvarelse af vedlagte opgave. Besvarelsen må gerne "flettes" ind i sammenhænge.

(Besvarelsen forventes at have et omfang på 15-20 sider)

(NB: Den bilagte opgave er ikke tilgængelig i databasen)

Styrende problemformulering, ret åbne formuleringer opgaven igennem og dog alligevel præcise udsagnsord i spil. Matematik på alle niveauer.

Formuleringen virker omfattende, så måske er en bilagt opgave ikke nødvendigt. Sidste formulering om at opgavens besvarelse skal flettes ind er lidt uklar, men som udgangspunkt kan man godt tydeliggøre at løsningen på opgaven skal bruges som en del af selve besvarelsen.

10 Matematik og fysik: Linser og matricer

Redegør for de vigtigste begreber i forbindelse med lysets brydning, linsestyrke og sammensætning af tynde linser. Beskriv endvidere linseformlen.

Gennemgå de grundlæggende regneregler for matrixregning, kom herunder ind på, hvordan matricer ganges sammen med såvel andre matricer som med vektorer.

Foretag en række målinger, som sætter dig i stand til at beskrive lysets passage af såvel spredesom samle-linser ved hjælp af en 2-dimensionel matrice. Du skal beskrive såvel hvilke målinger, der er nødvendige, hvordan de udføres, samt hvilke eksperimentelle udfordringer det indebærer.

Opstil et forsøg, hvor lys passerer gennem en række forskellige linser, og vis med udgangspunkt i en matrix-beskrivelse af hver linse, hvordan passagen kan beskrives ved en 2-dimensionel matrix. Diskuter resultatet af en eksperimentel undersøgelse af lys gennem rækken af linser i forhold til den udledte 2-dimensionelle matrix beskrivelse.

Formuleringen kan sammenlignes med nummer 8, der også bygger på matrixregning.

HISTORIE

11 Matematik og historie: Galilei og verdensopfattelse

Galilei og verdensopfattelse / geometrisk og statistisk model for planeter - "Tre dage hos Galileo" og statistisk artikel af Anders Hald.

Du skal kort redegøre for de politiske og kulturelle forhold i Norditalien incl. Pavestaten på Galileis tid.

Du skal redegøre for Galileis matematiske modeller og statistiske metoder i forbindelse med dennes astronomiske arbejder. Du skal i denne forbindelse inddrage ovenfor anførte artikel.

Du skal sætte Galileis astronomiske arbejder ind i en historisk sammenhæng. Du skal diskutere Galileis position i datidens Norditalienske samfund ud fra de astronomiske arbejder, som han udførte, samt vurdere hans arbejder som en udfordring for den katolske kirkes traditionelle verdensopfattelse.

God fagintegration, hvor hver opgavedel betinger den foregående. Fagene flettes fint sammen i sidste del af opgaven. Kravene til matematik er ikke så eksplicitte; eleven skal selv vælge modeller at fokusere på. Der henvises lidt løst til bog og artikel i selve titlen. Man kunne tydeliggøre krav til matematik ved at efterspørge særlige kompetencer, fx ræsonnement.

12 Matematik og historie: Enigma-maskinen

Enigma og 2. verdenskrig

Giv en kort beskrivelse af Storbritanniens militære stilling i begyndelsen af Anden Verdenskrig.

Omtal kort klassisk kryptologi, og gør rede for den tyske kodemaskine Enigma og brydningen af koden. Specielt ønskes en præsentation af noget af den matematik, der ligger bag polakkernes brydning af Enigma i 1930'erne.

Vurder kort, hvilken betydning dekrypteringen af den tyske kode havde for den samlede krigsførelse under Anden Verdenskrig.

Diskuter, i hvilket omfang de allierede gennem brydningen af Enigma kendte til holocaust, og hvorvidt de kunne have gjort mere for at forhindre jødeudryddelsen.

Omfang: 17-20 sider + bilag

Emnet brydningen af Enigma er velkendt i matematik og historie. I denne opgave er matematik tænkt ind som kryptologi med tråde tilbage før Enigma-brydningen, så man får et matematikhistorisk perspektiv med. Der er ikke særligt tydelige krav til hvilke dele af brydningen, der skal behandles. Brydnings-delen og matematik fylder meget, men i sidste del mest som forudsætning for diskussionen.

IDRÆT

13 Matematik og idræt: Aktionspotentialer

Hvordan kan kendskabet til aktionspotentialer være med til at øge udbyttet af eksplosiv træning?

For at besvare dette bør du

Redegøre for samspillet mellem nervesignaler og muskelkontraktioner. Herunder forskellige muskelfibres egenskaber.

Redegøre for koblede differentialregninger og numerisk løsning af disse. Anvende dette til at beskrive modellering af aktionspotentialer via FitzHugh-Nagumo-modellen.

Diskutere fysisk træning i forhold til at optimere præstationer i en selvvalgt eksplosiv idrætsgran.

OMFANG: 15-20 sider.

(mat A og idræt B)

Ret kort formulering men med et klart problem. Dog sprogligt lidt knudret. Der anvendes 'bør', der kan skærpes til 'skal'. Klare krav til matematik om først teori/redegørelse og så anvendelse/modellering. Kravet til inddragelse af matematik i diskussionen er ikke eksplicit. Man kunne stille konkrete opgaver eller bilægge noget, der vil sikre et ukendt element for eleven.

14 Matematik og idræt: Doping

Redegør for doping og doping-politikken i cykelsporten. Beskriv grundbegreberne i spilteori.

Analyser dopingproblemet, som er beskrevet i vedlagte tekst (Doping og Etik af Jakob Rachmanski på videnskab.dk).

Undersøg forskellig doping-politikkers virkning ved hjælp af spilteori.

Vurdér effekten af doping i cykelsporten - kan det betale sig at dope sig? Diskutér mulighederne for at dæmme op for problemet med doping.

(mat A og idræt B)

Generelt en åben opgave. Krav om at 'beskrive grundbegreberne i spilteori'.

Man kunne tydeliggøre kravene uden at det går ud over muligheden for selvstændighed. Matematik går tydeligt igen i flere dele af opgaven. 'kan det betale sig at dope sig' kunne rykkes op som styrende for opgaven.

KEMI

15 Matematik og kemi: Smertestillende medicin

Giv en kort oversigt over anvendelsen af smertestillende håndkøbsmedicin i Danmark.

Gør rede for paracetamols virkemåde som lægemiddel, herunder fordele og ulemper i forhold til anden smertemedicin.

Opstil vha. differentiaalligninger en matematisk model for koncentrationen af stoffet paracetamol ved indtagelse af panodil. Du skal se på såvel IV-dosering som oral dosering.

Desuden skal du ved oral dosering udlede en formel til beregning af tidspunktet for den maksimale koncentration. Ved IV-dosering skal du udlede en formel for halveringstiden.

Gør endvidere kort rede for koncentrationsprofilen ved multipel dosering.

Du skal herunder besvare vedlagte opgave.

Giv en vurdering af den opstillede model.

Eksperimentelt foretages:

1. Fremstilling af paracetamol ud fra p-aminophenol ved acetylering med eddikesyre og/eller eddikesyreanhydrid.

Overvej: fordele/ulemper ved de to acetyleringsmidler, herunder mulighed for evt. biprodukter.

Metode til renhedsbestemmelse af det fremstillede produkt:

- smeltepunkt
- H-NMR spektroskopisk undersøgelse af produktet.

Evt 2. Analyse håndkøbsmedicin.

TLC undersøgelse af produkt og håndkøbsmedicin.

Besvarelsen skal i forbindelse med det eksperimentelle arbejde indeholde:

En gennemgang af teorien bag de eksperimentelle metoder

en beskrivelse af, hvordan det eksperimentelle arbejde er blevet udført

en gennemgang af de udførte målinger og beregninger

en vurdering af resultaterne, sammenlign med relevante tabelværdier for de spektroskopiske analyser med spektre fra relevante databaser, for HNMR evt. også med et beregnet spektrum.

Der er krav til matematik på flere niveauer, og de er ret specifikke. Formuleringen er meget lang, og det kan være tænkt som en hjælp, men man kan bilægge delene om eksperimentet, så eleven ikke møder en meget voldsom formulering ved første øjeblik.

16 Matematik og kemi: Oscillerende reaktioner

Gør rede for fænomenet oscillerende reaktion, og gennemgå de kemiske reaktioner, som gør at iodklokken netop er et eksempel på dette. Perspektiver til andre oscillerende reaktioner.

Tilrettelæg og gennemfør eksperimentelt arbejde, der undersøger hvordan temperatur og startkoncentrationer påvirker oscillationernes frekvens i iodklokken.

Gør rede for, hvordan et differentiallyigningssystem kan optræde som en matematisk model i forbindelse med kemiske reaktioner, og gør rede for en eller flere numeriske metoder til at løse et differentiallyigningssystem.

Undersøg Lotka-Volterra-modellen med særlig henblik på egenskaber ved faseplottet. Anvend en numerisk metode til at fremstille illustrationer af løsningskurver og faseplot.

Giv endelig en vurdering af, om Lotka-Volterra modellen giver en tilfredsstillende beskrivelse af iodklokkens oscillerende opførsel.

God fagintegration. Der er en klar rød tråd i formuleringen. Kravene til matematik er varierende, dækker forskellige dele af de faglige mål. Man kunne bilægge en konkret opgave.

MUSIK

17 Matematik og musik: Per Nørgård og uendelighed

Om komponisten Per Nørgård og hans uendelighedsrække, om iterationer og fraktaler.

Fortæl kort om komponisten Per Nørgård, og omtal hvilke matematiske emneområder, der har optaget ham.

Forklar om begrebet iteration, giv en definition på begrebet og giv eksempler på iterationer i matematik: I denne forbindelse skal du redegøre for én af de geometriske fraktaler "Sierpinski-trekanten" og "Kochs snefnugkurve" og inddrage dens kantlængde/omkreds og areal.

Der ønskes en analyse af "Voyage into the Golden Screen", 2. sats

Du skal inddrage følgende elementer:

- 1) Lav en forminddeling af satsen og argumentér for, hvilke musikalske elementer der skaber denne inddeling, og gør rede for, hvilke karakteristika de forskellige formdele har.
- 2) Omtal konstruktionen af uendelighedsrækken og relatér til begreberne iteration og fraktal.
- 3) Giv eksempler på brugen af rækken, og vurder dens betydning for satsens opbygning.

Diskuter hvorfor en komponist som Per Nørgård benytter en sådan "matematisk" kompositionsteknik, og vurder hvilken betydning dette har for musikken: "Kan det høres?"

Opgavens omfang er 17-20 sider + evt. bilag.

Fagkombinationen er ret sjælden, men lægger op til nogle interessante emner. I denne følger man uendelighedsbegrebet i to fag, der har nogle ligheder. Fagene flettes hér ind i hinanden. Der lægges op til klassisk matematisk arbejde i starten med definitioner og ræsonnement. Senere bringes det i anvendelse.

SAMFUNDSFAG

18 Matematik og samfundsfag: Spilteori og international politik

EMNE: Spilteori i studiet af international politik

Giv en matematisk redegørelse for relevante dele af spilteori.

Sammenlign USAs politik over for henholdsvis Libyen (2011) og Syrien (2013). I sammenligningen skal der inddrages overvejelse om R2P.

Diskutér USAs handlerum i den aktuelle situation i Syrien. Inddrag bilaget.

OMFANG: 17-20 sider.

BILAG: <http://rason.dk/2012/syrien-vestens-politik-har-medvirket-til-at-eskalere-konflikten/>

Meget kort formulering, der stiller krav til selvstændighed. Eleven skal selv udvælge relevante dele af teorien, og det lader til, at det ved eleven godt. For censors skyld bør kravene til 'relevans' tydeliggøres. Anvendelse af matematik ligger implicit i sammenligningen i midterste del af opgaven. I kraft af, at den spilteoretiske modellering er omfattende, optræder matematik i mindre grad i diskussionen (er dog en del af forudsætningen for denne).

19 Matematik og samfundsfag: Økonomiske kriser

Hvordan skal vi komme ud af økonomiske kriser?

Redegør for finanskrisens hovedtræk i USA og Danmark med særligt fokus på økonomiske nøgletal.

Udled formelen for multiplikatoren. Inddrag herunder beviset for summen af endelige og uendelige kvotientrækker.

I forlængelse heraf ønskes en diskussion af, hvordan vi bedst løser økonomiske kriser. I diskussionen skal der inddrages økonomiske teorier og beregninger, hvor multiplikatoreffekten indgår.

Vurder kort om USA og Danmark har valgt forskellige veje ud af krisen.

Omfang: 15 -20 sider.

En formulering med to indledende faglige dele, der flettes sammen i sidste del. Kravene til matematik er primært ræsonnement og bevisførelse, og senere en anvendelse. Man kunne præcisere, om der ønskes en mere grundig introduktion til rækketeori, når der lægges op til specifikke beviser. Man kunne også inkludere modelovervejelser, der er relevante.

NOTER

Projektet blev gennemført i Matematiklærerforeningen i 2015. De nedenstående matematikkolleger stod for opstilling af udvælgelseskræterier og udvælgelse af formuleringer. Rapporten er blevet til i et samarbejde mellem medlemmer af styrelsen med konstruktiv feedback fra udefrakommende kolleger med nye syn på sagen.

Hans Damm-Jakobsen, Aarhus Katedralskole, projektleder og styrelsesmedlem (hd@akat.dk)

Vibeke Svaneborg, Aarhus Katedralskole

Anette Gregersen, Aarhus Katedralskole

Peder Dalby, Aarhus Katedralskole

Lasse Broby Rieks, Aarhus Katedralskole