

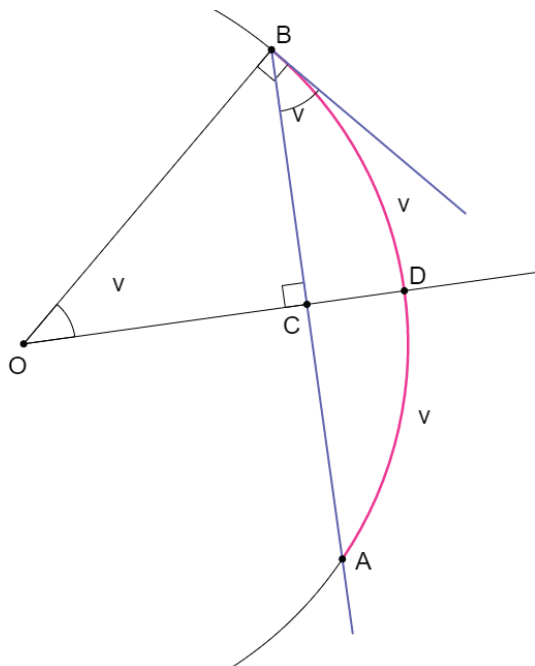
Periferivinkler – et bevis

JENS CARSTENSEN, Frederiksberg

I gymnasiet eller hf kunne et forløb i grundlæggende plangeometri være en god idé. Emnet er let tilgængeligt og giver mulighed for at føre gode matematiske beviser. Imidlertid kommer man ikke langt uden den kendte sætning om, at gradtallet for en periferivinkel er halvt så stort som gradtallet for den cirkelbue, den spænder over. De traditionelle beviser for dette benytter ofte en opdeling i tilfælde, hvor cirkelens centrum ligger forskelligt i forhold til vinklens ben – lidt omstændeligt.

Vi skal her give et noget enklere bevis.

Vi ser først på en *korde-tangentvinkel*, hvis toppunkt B ligger på cirklen, og hvis ene ben er en korde i cirklen, det andet en tangent. Lad korden være BA og cirkelens centrum O . Den vinkelrette fra O på korden skærer korden under en ret vinkel i dens midtpunkt C og cirklen i D .



Hvis korde-tangentvinklen har gradstørrelsen v , er også $\angle BOD = v$, fordi denne vinkels ben er parvis vinkelrette på korde-tangentvinklens ben. Alternativt kan man se på den retvinklede $\triangle OBC$. Da $\angle BOD$ er en centervinkel, har buen \widehat{BD} gradstørrelsen v . Det samme gælder så for buen \widehat{DA} . Altså har buen \widehat{BA} gradstørrelsen $2v$. Dermed er gradstørrelsen for en korde-tangentvinkel halvt så stor som gradstørrelsen for den bue, den afskærer på cirklen.

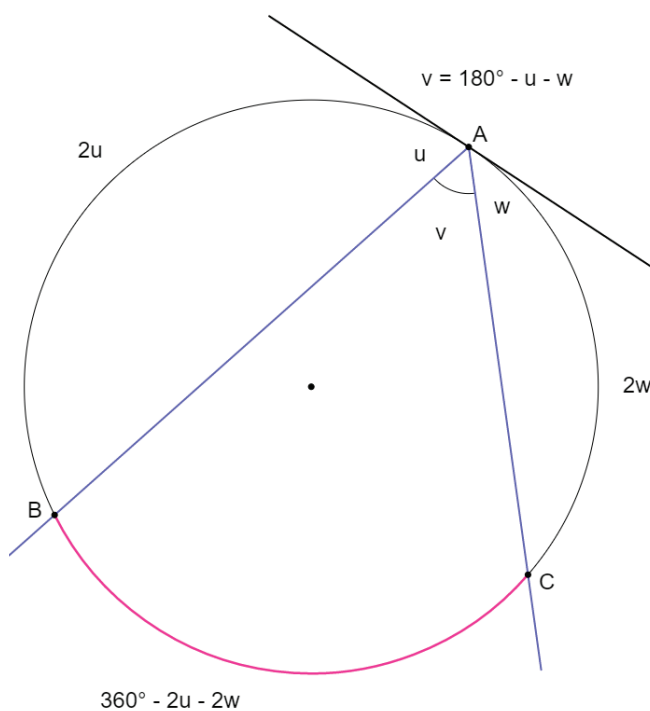
Lad os dernæst se på en periferivinkel af gradstørrelse v og med toppunkt A på cirklen. Benene skærer cirklen i B og C . Tangenten i A danner korde-tangentvinkler med benene AB og AC af gradstørrelser u og w . Efter sætningen om korde-tangentvinkler får så buerne \widehat{AB} og \widehat{AC} gradstørrelserne $2u$ og $2w$. Altså er gradstørrelsen for buen \widehat{BC} :

$$360^\circ - 2u - 2w$$

Gradstørrelserne u , v og w af vinklerne ved A opfylder, at

$$v = 180^\circ - u - w$$

Af disse to udtryk ser vi straks, at gradtallet for v er halvt så stort som gradtallet for den cirkelbue, periferivinklen spænder over.



Henvisning

Poul Mogensen: *Geometri for realafdelingen*, Gyldendal, 1961.