

Om at undervise en blind gymnasieelev i matematik

KASPER BJERING SØBY JENSEN, Roskilde Katedralskole

Nogle gange dumper der en opgave ned foran en, som man bare ikke havde regnet med.

Godt nok havde studievejledningen før sommerferien bedt mig som faggruppemand om at sende dem grundforløbsmaterialet til matematik, fordi det skulle gøres klar til en blind elev. Men det var først efter ferien, at det gik op for mig, at det var mig der skulle undervise eleven.

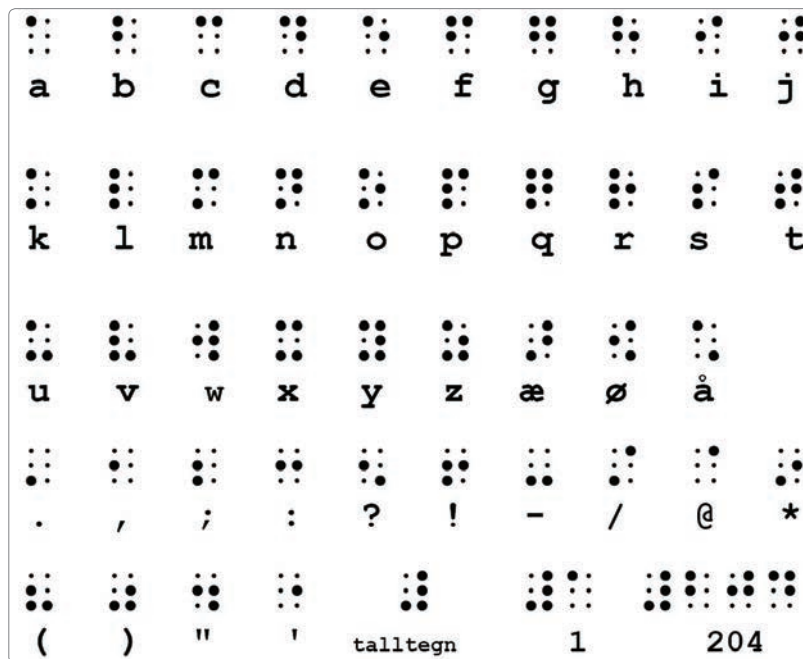
Og hvordan gør man så det i et fag, vi alle sammen forbinder med omfangsrige visualiseringer. Dels af de mere direkte typer som geometriske figurer og grafer for funktioner. Dels de lidt mere skjult visuelle ting, som symboler i mange lag, eller tabeller med mange rækker og kolonner.

Min første tanke var, at det fandtes der jo nok bunker af erfaringer med. Men efter nogle stadigt mere desperate google-søgninger, måtte jeg opgive. Der dukkede praktisk talt intet op. Ingen hjemmesider, ingen vejledninger, ingen retningslinjer. Intet.

Efter sigende starter der under 10 blinde elever om året på ungdomsuddannelser i Danmark. Det er altså lidt af en én-gangsoplevelse for en lærer at få lov at undervise en blind. Men dermed også en dyb tallerken der, ofte må opfindes af hver enkelt. Ingen opbygger systematisk erfaring.

Det har jeg sat mig for at gøre noget ved. Det må være muligt at indsamle de erfaringer og materialer, som lærere enkeltvis producerer, og gøre det tilgængeligt for den næste der står med opgaven. Til en start har jeg lavet Facebookgruppen ”Viden om undervisning i matematik af blinde elever i gymnasiet”, og på idélisten er også et site under Matematiklærerforeningens mat.dk.

Og så vil jeg også skrive lidt om det her i bladet. Min blinde elev har valgt matematik på A-niveau (i studieretning med



Figur 1
Brailles punktskrifts-alfabet.
Kilde: statped.no

musik), så jeg tænker, at jeg får rig lejlighed til at gøre mig erfaringer at dele ud af, over de næste par år.

Hvordan ser en blind

”Lad os se på det”. Ja sådan siger han. Min elev. Når vi skal i gang med noget. Ord som ”se” og ”kigge” indgår i hans helt naturlige ordforråd, når han taler om ting han gør eller skal gøre. At ”se på noget” er altså ikke kun forbundet med sansning via øjnene.

Når en blind skal ”se på noget”, så foregår det naturligvis uden visuelle repræsentationer af det der skal ses på. I stedet arbejder man med sproglige, auditive og taktile repræsentationer. Førstnævnte er vi jo ganske vant til, om end blindhed stiller andre krav til dem, mens auditive og taktile repræsentationer er sjældne (ikke-eksisterende?) i gymnasial matematikundervisning af seende.

Sproglige repræsentationer kan naturligvis være baseret på tale, men oftest er det i form af skrift. Blindes adgang til skriftsprog bygger på to ting. Oplæsning af tekst, typisk via en såkaldt skærm læser på en computer, eller via punktskrift. Oplæsning kan naturligvis også ske ved

indtalt lyd som i en lydbog, men for den blinde har dette samme mangel på fleksibilitet, som hos seende, og er derfor mindre oplagt.

Punktskrifts-alfabetet kaldes også Braille-alfabetet efter den blinde franskmænd Louis Braille, der i 1825 (som 16 årig) udviklede det fra et lignende militær-system, brugt til læsning og skrivning i mørke. I standard-punktskrift repræsenteres et tegn ved 6 punkter, placeret i to kolonner af tre. Forskellige tegn kan således skrives, ved at fremhæve forskellige punkter.

Punktskrift giver således taktil (følesans-relateret) adgang til skrifttegn. Da 6-punkts-systemet kun giver adgang til 64 forskellige tegn (inklusiv det blanke mellemrum), må en del tegn skrives som kombinationer. Således bruges de første 10 bogstaver (a-j) også som cifrene 1-9, samt 0. Foran sættes et særligt talsymbol, så talsymbolet efterfulgt af ”bjd” svarer til tallet 204 (se figur 1).

Figur 2
To eksempler på computere til læsning og skrivning via punktskrift.
Kilde: acm5.com



I anden halvdel af 1900-tallet udviklede den blinde amerikanske matematikprofessor *Abraham Nemeth* et særskilt system for Braille-symboler i matematik, ofte kaldet *Nemeth Braille systemet*. Også et 8-punktsystem (2 gange 4 søjler) er i dag udbredt, hvor de to nederste punkter kan bruges til eksempelvis at markere om tegnet er et tal, eller om det er et stort bogstav.

Som matematiklærer for en blind elev, behøver man dog ikke kende specielt til punktskrifts-alfabetet. Den blinde vil typisk læse og skrive punktskrift via en punktskrifts-skriver, som groft sagt er en computer med et punktskriftsdisplay (eksempelvis 20 tegn), to gange fire taster til at indtaste symboler ét ad gangen, samt visse muligheder for at navigere (se to eksempler på figur 2).

Et punktskriftsapparat kan typisk sluttes til en skærm, så man kan se hvad eleven læser eller skriver. Selv har jeg benyttet at slutte elevens punktskrifts skriver til projektoren i et undervisningslokale. Punktskrift er ikke så vanskeligt at forstå for os seende, men at nogen kan læse det med fingrene, i omtrent samme hastighed som jeg selv læser, det er en vild oplevelse. Og skrivning kan også foregå i et tempo, der fint matcher den gennemsnitlige seende elev.

Det er også muligt at få DYMO-labelmaskiner med punktskrift, men de billige versioner hvor tegnene er prædefineret på et hjul, kan ikke skrive alle Braille-tegn. Så nytten af en sådan i matematikundervisning har hidtil været begrænset for mig. Og de maskiner hvor man frit kan skrive alle punkttegn (via to gange tre eller fire taster), er umiddelbart ret dyre.

Udover på punktskrift, vil de fleste unge blinde være vandt til at begå sig ganske flydende på en almindelig computer. Både i forhold til at skrive og læse. Den blinde er dog helt afhængig af sin såkaldte skærmlæser, af hvilke der vidst findes to. Dels det kommercielle og ikke helt billige JAWS (Job Acces With Speed), dels det gratis open-source system NVDA (NonVisual Desktop Acces).

Skærmlæseren læser groft sagt op hvad der står på skærmen. Det gælder i en tekst, men kan også være i programfunktioner, undermenuer, valgmuligheder, på hjemmesider og alle andre steder, hvor en computerbruger støder ind i tekst. Det kræver at programmet eller hjemmesiden er lavet, så skærmlæseren nemt kan læse op fra den.

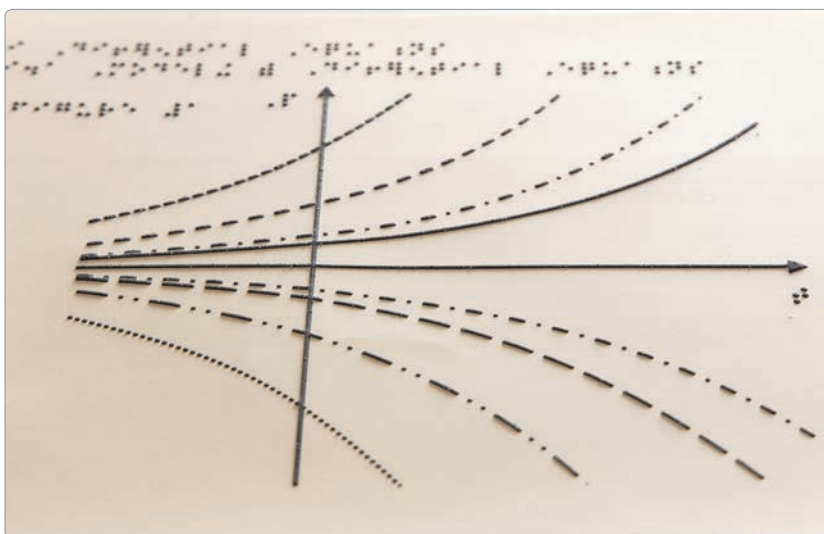
En stor udfordring i denne sammenhæng er PDF-filer, hvor teksten rent programmæssigt ikke nødvendigvis står, som den

vises af PDF-læseren. Derfor bør blinde som udgangspunkt ikke have PDF-filer. Et fornuftigt format er Word-filer (og andre Office-filer), som Microsoft har gjort en del for at gøre tilgængelige.

I sidste ende er det grundlæggende krav, for at en skærmlæser og en tekst kan fungere sammen, at teksten er "lineær". Det vil sige at der står et tegn ad gangen. Det opfylder almindelig tekst ganske fint, mens matematisk symbolsprog langt fra gør det.

Heldigvis har vi i computerens tidlige år udviklet den for mange matematikere velkendte "LaTeX"-kode, som netop gør det muligt at skrive avancerede symboler i lineære tekststrengte. LaTeX-kode bliver således en vigtig del af den blindes skriftsproglige fremstilling af matematik. Tegn som back-slash og venstre- og højre-tuborg bliver en del af den blindes matematiske fagsprog.

De auditive og taktile repræsentationsformer fremstår (i hvert fald for mig) ofte som de seendes desperate forsøg på at gøre de visuelle repræsentationsformer begribelige for den blinde elev. I næste afsnit vil jeg diskutere om de nu er så nødvendige.



Figur 3
 Eksempel på taktile repræsentationer
 af grafer.
 Kilde: a2i.co.uk

En taktile repræsentation, er en repræsentation der sanses via følesansen. Hvis en visuel figur, eksempelvis geometriske figurer som trekant og cirkel, eller en graf for en funktion, skal gøres tilgængelig for en blind, så virker den taktile repræsentation oplagt.

De er dog som udgangspunkt langsomme at få lavet, og informationsniveauet for den blinde er begrænset. Man skal derfor overveje at holde antallet af taktile figurer på et absolut minimum, og kun anvende dem hvis de faktisk skal bruges til noget vigtigt. Eksempelvis fordi de illustrerer en meget vigtig faglig pointe. På figur 3 ses et eksempel på en taktile graf.

Ved en auditiv repræsentation forstår jeg ikke det samme som en tale-sproglig repræsentation. Her mener jeg at et matematisk objekt fremstilles ved hjælp af lyd. Det eneste eksempel jeg indtil videre har, er fremstilling af grafer ved hjælp af varierende frekvens. Men for en skarpt hørende blind, er det til gengæld slet ingen tosset måde at danne sig overblik over en graf for en funktion.

New Math – So simple that a blind can do it

Når man har forstået hvordan den blinde sanser verden og viden, opstår der grund-

læggende fagdidaktiske spørgsmål om, hvordan matematikken gøres tilgængelig for dem. Her tog det i hvert fald mig lidt tid, at komme udover mine umiddelbare forestillinger om, hvad det visuelle egentlig betyder for vores fag.

Forløsningsen kom fra et sted, jeg aldrig havde regnet med at hente didaktisk hjælp. I 1965 sang den amerikanske matematiker og folkesanger *Tom Lehrer* om *New Math*: "it's so simple, that only a child can do it". Og i 1973 blev "den nye matematik" spiddet af professor *Morris Kline* i bogen "Why Johnny can't add".

Den nye matematik var en pædagogisk idé, hentet fra det franske matematikerkollektiv *Bourbakis* arbejde med at fremstille al matematik som mængdelære. I Danmark nok bedst kendt fra *Kristensen* og *Rindungs* berømte lærebogssystem, som dominerede gymnasiet fra starten af 1960'erne til starten af 1980'erne. At ideen døde ud skyldes, at den pædagogisk var ganske ubrugelig.

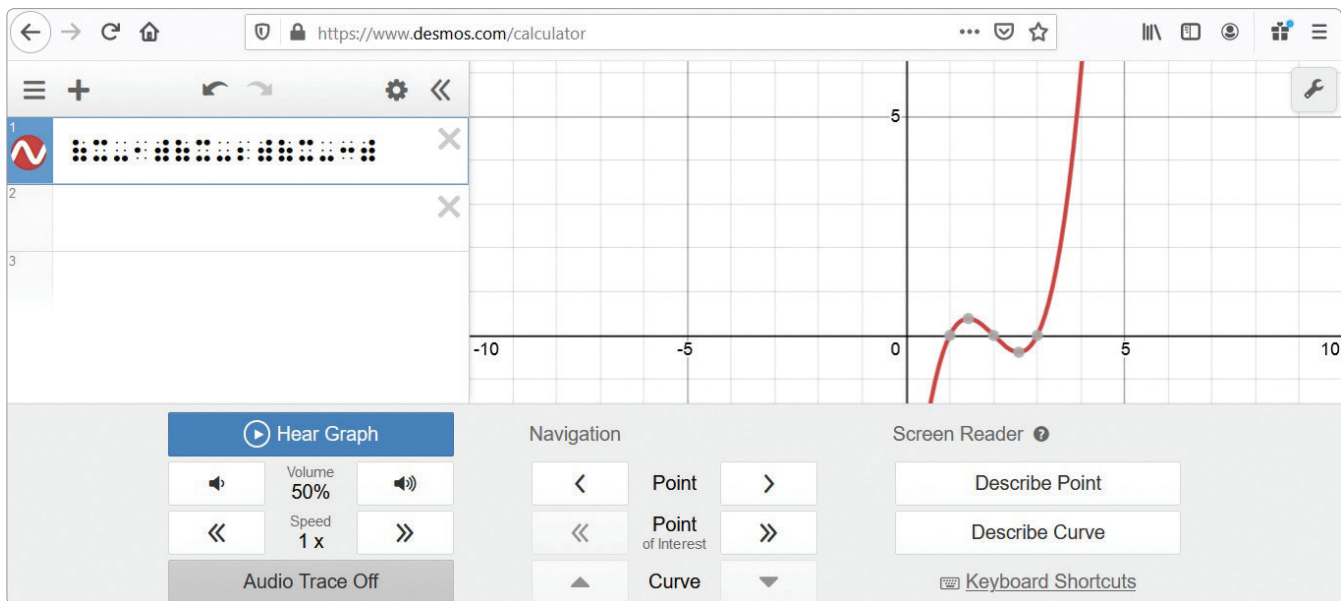
Men i undervisningen af en blind, giver det hele pludselig fornyet mening. I "New Math"-tænkningen er et punkt blot et ordnet talpar (x, y) , og grafen for en funktion blot en punktmængde: $\{(x, y) \mid y = f(x)\}$. At man kan visualisere denne mængde med "tegningen af en graf", er sådan set

bare et pædagogisk greb. Grafen er ikke tegningen, men noget som tegningen repræsenterer.

På samme måde kan vi fremstille eksempelvis linjer og cirkler, ikke som nogle for den blinde svært tilgængelige objekter ude i verden, men derimod blot som bestemte punktmængder. I sidste ende er de objekter vi arbejder med i matematik jo mentale konstruktioner i vores bevidsthed, og ikke fysiske manifestationer på et papir foran os. Manifestationen er der kun, fordi det gør det nemmere for os at begribe det faglige indhold.

Men for en blind skaber den visuelle repræsentation slet ikke samme mening, som for en seende. Heller ikke selvom den forsøges gjort taktile. Og her må vi som seende matematikere nok opgive vores fine fornemmelser for visuelle repræsentationer, og i stedet dykke ned i, hvad det virkelig er vores fag handler om. Jeg ville sige at det var "abstrakte strukturer". Og en blind har principielt samme adgang til disse, som en seende har. Det skal bare præsenteres på en anden måde.

Det samme gælder når den blinde skriver matematik. Word fungerer glimrende som formidler af matematik mellem blind og seende, men kræver at vi accep-



Figur 4
Udsnit af grafværktøjet Desmos med Nemeth Braille-tegn og grafundersørgelsesmenu.

terer det, som nogle gange kaldes ”cowboy”-matematik, med reference til brugen af (cowboy)hatte og (sherif)stjerner i udtryk som $3 * x^5$. Men for den blinde giver det ikke mening, at skrive x^5 . Og gange er bare et symbol, hvis visuelle udformning er ganske ubetydelig.

En af de få institutioner der faktisk arbejder med systematisk servicering af blinde under uddannelse, er biblioteket NOTA i Nakskov. NOTA servicerer alle der har brug for at få tekst automatisk oplæst, og da de ordblinde er en ekstremt meget større gruppe end de blinde, bliver sidstnævnte desværre til en mindre brik i deres organisation. Men de har et par folk ansat til at servicere blinde på ungdoms- og videregående uddannelser.

NOTA bruger en meget konsekvent LaTeX-kode, som for det meste er meningsfuld. Vi indeslutter LaTeX-koder med $\$$ -tegn, som i rigtig kodning. Udtrykket $1/\sqrt{x}$ kan skrives $\frac{1}{\sqrt{x}}$. Og for den blinde er det slet ikke umuligt at lære at læse den slags kommandosprog flydende. NOTA bliver således til den officielle udsteder af autoriseret LaTeX-brug for blinde.

Men af og til fører det også til uhensigtsmæssigheder. Eksempelvis vil NOTA gerne

angive navnet på en vektor som \vec{a} , hvilket giver mening. Notationen af vektorens koordinatsæt, skal derimod skrives $\binom{a_1}{a_2}$. Det giver god mening hvis det skal kompileres til en tekst, med et tegn der ser korrekt ud. Binomi-

alkoefficienten $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ er grafisk magen til den ønskede vektor.

Men for en blind må det siges at være ret meningsløst. Omvendt er den korrekte LaTeX-kommando $\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix}$ heller ikke super praktisk. Her kunne man savne at vi blot havde et kommandosprog tilpasset dansk gymnasie matematik, i stilen $\vec{vektor}\{a_1\}\{a_2\}$ eller lignende. Men det vil naturligvis også have ulemper. Den bedste løsning her, er vidst stadig under udarbejdelse.

Valg af digitale værktøjer

Et helt centralt spørgsmål i moderne matematikundervisning, er valg af digitale værktøjer. Et brugbart værktøj skal fungere flydende med elevens skærmlæser, ellers er det ubrugeligt. På vores skole bruger vi TI-Nspire. Det opgav vi hurtigt at få til at virke med skærmlæser. Men jeg hører gerne fra andre der har haft mere held med det.

Elevens tidligere oplevelser med Geogebra efterlod heller ikke meget håb. Rygtet vil vide, at skærmlæsere fungerer nogenlunde sammen med Maple. Men det som blev den oplagte og indtil videre ganske succesfulde løsning for os, blev WordMat. Skærmlæsere korresponderer glimrende med Office-pakken, og således virker WordMat også ganske fint sammen med skærmlæseren. Her midtvejs i 1.g går det godt med at arbejde med funktioner, samt deres afledet, og såmænd også dobbeltafledet, funktion.

I almindelighed skal man ikke bruge Word-formelfelter til at formidle matematik til blinde, men som et miljø hvor værktøjsfunktioner kan aktiveres, fungerer det fremragende. Man skal huske at skifte fra ”professionel” til ”lineær” visning, så Word ikke omskriver brøker, potenser, mv. til ikke-lineære formater, men det lineære format fungerer umiddelbart glimrende. Et tryk på shift+F10 (tastekombination for ”højreklik”) og derpå ”r”, omskriver aktivt formelfelt til lineært format.

Det kræver også lidt træning for eleven at navigere rundt i WordMat-menuerne, som oplagt ikke er lavet optimalt til blinde. Eksempelvis er den rækkefølge som der med tabulatorknappen skiftes mellem aktive indtastningsfelter ikke altid lige logisk. Men det er fint lykkedes ”at tegne grafer”, om end øvelsen naturligvis er helt meningsløs for den blinde. Men hvis nu man skal til eksamen...

WordMats store svaghed, ikke kun til blinde, men i det hele taget, er den manglende dynamik i det der arbejdes med. Det løser nemt opgaver, men den undersøgende side af faget halter noget. Her har vi fundet det lovende graf-værktøj *Desmos*, som er gratis og browser-baseret.

Desmos tillader at man tegner en graf, og kan endda vise indtastningen i Nemeth Braille-punktskrift. Når grafen er tegnet, kan graf-sporings-menuen aktiveres med ”alt+t”. Her kan man bladere gennem grafen med piletasterne, mens skærmlæseren læser punkter højt. Ikke altid lige elegant, men forståeligt. Og man kan med tabulator springe mellem ”interesspunkter”, som er skæringer med akserne og ekstremumpunkter.

Det helt store hit er dog at man ved tryk på ”h” kan få afspillet grafen fra venstre mod højre, så frekvensen afspejler funktionsværdien (lav funktionsværdi giver dyb tone og omvendt). Variationer i lyden (lydstyrke, samt tilstedeværelse hhv. fravær af lidt baggrundsstøj) indikerer endvidere, om punktet er over eller under førsteaksen, samt til højre eller venstre for andenaksen.

Vi har endnu ikke for alvor taget det i brug, og måske bliver det ikke nødvendigt. Indtil videre har det været svært at finde ud af hvordan man dokumenterer sit arbejde. Eksempelvis en figur hvor ekstremumpunkterne er fremhævet. På figur 4 ses et eksempel på, hvordan Desmos ser ud for den seende, og det kan give et indtryk af mulighederne.

Der findes en del software på markedet, som alt sammen er lovende, men også på engelsk. Og det har indtil videre afholdt os fra at kaste os specielt over disse muligheder. Men forhåbentligt vil andre med erfaring i undervisning af blinde elever, dele disse med os.

Generelt kan altså anbefales at koncentrere sig om at arbejde i Word, hvor også tabeller er rimeligt enkle at læse med skærmlæser. Og i virtuelle møder har jeg haft god erfaring med at lade eleven dele sit Word med mig, og tale om elevens arbejde ud fra dette. Dels i enkeltvejledning, men også ved egentlig holdundervisning.

Problemer og løsninger

En af de ting jeg har spekuleret over, er om den traditionelle strategi via NOTA, hvor seendes undervisningsmaterialer laves tilgængelige for den blinde elev, er optimalt for eleven. De sproglige ”figurbeskrivelser”, og forklaringer baseret på adgangen til figurene, er didaktisk set ikke optimal.

Jeg er derfor gået i gang med at lave noter selv til min elev. Eksempelvis noten ”En ikke-visuel introduktion til funktioner”, suppleret med en note om at arbejde med funktioner i WordMat. Og jeg har planer om noten ”En ikke-visuel introduktion til geometri og vektorer” senere på foråret. Disse deler jeg gerne ud af i Wordformat, så elever kan læse dem og man kan tilpasse dem til de specifikke vilkår i den enkelte situation.

Problemet kan være at den blinde dermed ikke vænner sig til at skulle navigere i en verden af seende. For sådan vil det sandsynligvis være senere i livet. Altså en afvejning af effektiviteten i den blindes læring nu og her, overfor tilpasning til vilkår senere i livet.

Et andet problem er det tempo samarbejdet med NOTA foregår i. Materialer skal ofte bestilles mange måneder før de skal

bruges, og der er mit temperament nok mere til så bare at fremstille dem selv, og dermed også kunne vinde gevinsten ved at lave pædagogiske tilpasninger af stoffet.

Også med eksamen er der udfordringer. Her er det også NOTA der gør det officielle eksamenssæt tilgængeligt for den blinde eksaminand. Det gør de udmærket, men giver det mening at den blinde elev skal lave samme opgaver som seende. Eksempelvis opgaver med at tegne en graf? Det kan man godt lære blinde, men det tjener ikke andre formål, end at de kan besvare eksamensspørgsmål.

Måske var kræfterne brugt fagligt klogere for eleven, hvis opgavekommissionen lavede et opgavesæt, hvor de opgaver som er meningsløse for den blinde elev, erstattes af opgaver med et tilsvarende fagligt indhold, som det giver mening for blinde at arbejde med.

Jeg håber at læsere af denne artikel, som selv har erfaringer med undervisning af blinde elever, vil tage kontakt til mig, så vi kan få samlet erfaringer og ressourcer sammen, så andre kan få glæde af dem. Jeg kan fanges på rkkbj@rks-gym.dk, og du kan søge efter gruppen ”*Viden om Undervisning i Matematik af Blinde Elever i Gymnasiet*” på Facebook.

Derudover arbejder jeg på sammen med Matematiklærerforeningen at lave et seminar i starten af næste skoleår, hvor erfaringer kan udveksles, og lærere der skal i gang med at undervise en blind elev for første gang, kan få introduktion og inspiration til opgaven. Og så håber jeg at kunne skrive lidt flere artikler om emnet i senere udgaver af LMFK-bladet.

Video fra Microsoft om blindes tilgængelighed på uddannelsesinstitutioner: news.microsoft.com/da-dk/digital-tilgaengelighed-pa-uddannelsesinstitutionerne.