Minus og minus giver plus

Flóvin Tór Nygaard Næs, Midtsjællands Gymnasium Haslev

Når elever træder inden for døren i gymnasiet, har de en hel del viden med fra folkeskolen. I matematik kan man komme ud for, at noget af denne viden skal justeres eller præciseres. Et eksempel på dette er frasen *”Minus og minus giver plus”*, som elever tit henviser til, når der skal regnes med negative tal.

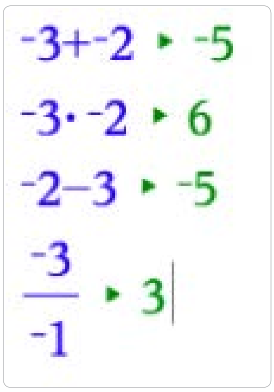
På trods af denne huskeregel, eller måske forårsaget af dens upræcise formulering, oplever vi, at elever støder på udfordringer, når de skal beskæftige sig med negative tal. Dette var vores motivation for at tilrettelægge en undervisningstime i 1.g på Midtsjællands Gymnasium afdeling Haslev, med fokus på, hvordan eleverne selv forstår *”minus og minus giver plus”*.

I planlægningsfasen jagtede vi forgæves et godt eksempel, hvor eleverne skulle italesætte og forklare, at produktet af to negative tal nødvendigvis må være et positivt tal. Da dette ikke lykkedes, valgte vi i stedet at opfordre eleverne til selv at forklare, hvad de forstår ved huskereglen *”minus og minus giver plus”* samt at give en begrundelse herfor.

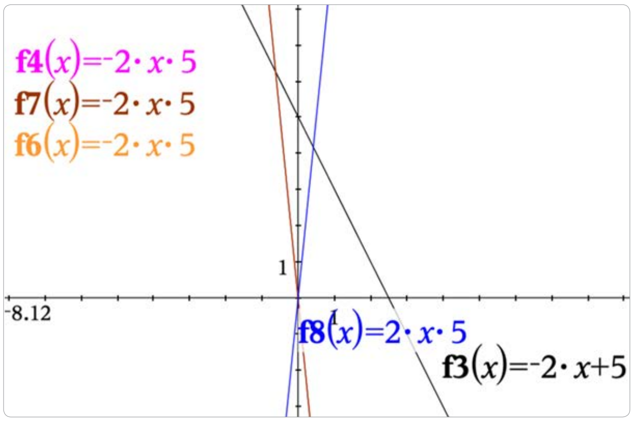
Undervisningstimen forløb således, at eleverne først diskuterede og afklarede indholdet af sætningen i grupper. Ved opsamlingen havde en af eleverne således omformuleret den til: *”Når man ganger og dividerer med to negative tal, bliver det automatisk positivt”*.

Efterfølgende blev grupperne opfordret til at komme med en begrundelse for eller forklaring på, at $a \cdot b > 0$ hvis $a,b < 0$. Dette gav som forventet eleverne store udfordringer, men reaktionerne var forskelligartede. Nogle elever kløede på med udfordringen med de redskaber de havde, mens andre blev mere passive. Det var ret tydeligt, at eleverne i starten af 1.g ikke var vant til at arbejde på denne måde i matematikfaget.

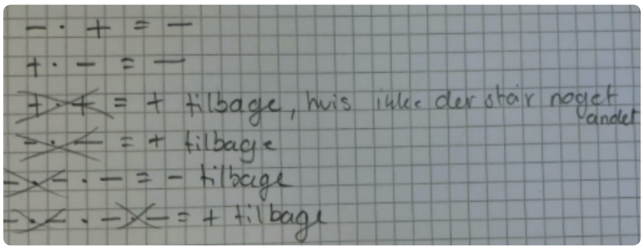
Grupperne kom med mange typer af matematiske forklaringer. En stor del var eksempler på udregninger med deres CAS–værktøj:



Nogle forsøgte at benytte CAS–værktøjet til at give en grafisk forklaring, men de havde svært ved at sammensætte en god forklaring:



Mange af eleverne tyede til sproglige forklaringer eller eksempler som fx *”At ikke ikke slappe af er det samme som at slappe af”*. Når eleverne blev udfordret på, hvad disse sproglige eksempler konkret havde med multiplikation af negative tal at gøre, var en typisk reaktion, at *”det har vi da bare lært i folkeskolen, at sådan er det”*, efterfulgt af en opremsning af huskereglerne:

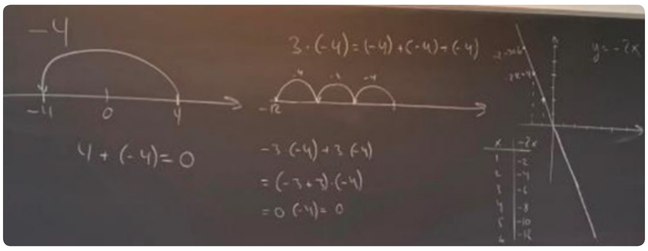


Det fremgik ret tydeligt, at eleverne på forhånd ikke umiddelbart havde et indre behov for at få en rationel begrundelse for, hvorfor multiplikation af to negative tal giver et positivt tal. Det vidste de da godt på forhånd! De fleste var således tilsyneladende tilfredse med, at garantien for regnereglens sandhed var eksempler gennemregnet af CAS–værktøjet.

Andre udtalte også den holdning, at det måtte være sandt *”fordi det har jeg lært i folkeskolen af min lærer”*. I takt med at eleverne opdagede, at det ikke var den slags forklaringer vi gymnasielærere fiskede efter, voksede frustrationerne hos flere af eleverne. Nogle efterspurgte nu en forklaring fra en anden autoritet i form af gymnasielæreren. Eller måske var der tale om nysgerrighed efter at lære mere om matematikkens metoder der kunne fornemmes?

Ved timens afslutning blev der samlet op, og der kom to slags forklaringer på tavlen, hvoraf den ene var af grafisk karakter og lå i forlængelse af de tanker, som eleverne selv havde gjort sig: Med udgangspunkt i funktionen $y = -2x$ blev der opstillet en tabel, og for nogle positive x–værdier blev de tilhørende y–værdier beregnet, hvorefter disse punkter blev indsat i koordinatsystemets 4. kvadrant. Ikke uventet for eleverne ligger disse punkter på en ret linje, og eleverne kunne intuitivt fornemme, at linjen *"måtte fortsætte"* over i 2. kvadrant, hvor punkterne har negative *x*–koordinater og positive *y*–koordinater.

Desuden gav læreren en forklaring gennem et aritmetisk eksempel, hvor definitionen af et negativt tal og den distributive lov blev benyttet.



Fornemmelsen var, at der kun var et fåtal af eleverne, der var i stand til at forstå dette ræsonnement i sin helhed, og timen efterlod derfor mange spørgsmål hos eleverne. Af tidsmæssige årsager var det ikke muligt at dvæle længere tid ved dette, men det kunne have været interessant at få en elev til at gentage forklaringen.

Til sidst kan det nævnes, at denne lektion blev afholdt i to forskellige klasser med to ugers mellemrum. Til den anden gennemførelse af lektionen havde vi besluttet os for at begynde og afslutte lektionen med tre små opgaver af typen $(–2)·4$ og $6·(–3)$ samt $(–4)·(–3)$ for hurtigere at spore eleverne ind på, hvilken regel det var de skulle begrunde. Det viste sig, at selve multiplikationen med to tal ikke voldte problemer, i hvert fald ikke når opgaverne blev stillet på denne måde. Således vandt vi herved noget tid, men til gengæld var der nogle interessante diskussioner, der gik tabt, omkring hvilke regneoperationer formuleringen *"minus og minus giver plus"* gemmer på.

Hvor mange æbler ligger i bunken?

Jeanette Marie Axelsen, Midtsjællands Gymnasium Ringsted

Residualer, residualplot og mindste kvadraters metode kan let bare blive til black–box–kommandoer i et CAS–værktøj, og fornemmelsen for hvordan den bedste rette linje lægges ind i et punktplot, og hvad der i det hele taget menes med bedste linje, kan let gå tabt. Så målet for lektionen, som er planlagt og gennemført i to 1.g–klasser på MSG i Ringsted i 1. cyklus ud af 4 i alt, er at forstå betydningen af bedste rette linje.

Ud over at eleverne skal nå frem til, at en måde at vurdere den bedste rette linje er ved hjælp af den lodrette afstand mellem datapunkt og modelpunkt, så er det at kunne tegne og dimensionere et koordinatsystem og indtegne punkter fra en tabel et sekundært mål. Dette er noget rigtig mange elever har svært ved, så derfor er det også et fagligt mål for lektionen at få trænet dette.

Eleverne gives problemstillingen:

> *På Roskilde Dyrskue er der en stand fra Pi Mosteri, hvor man har slået en konkurrence op, der går ud på, at man skal gætte, hvor mange æbler der ligger i bunken, når det oplyses, at der i bunken ligger 100 kg æbler. Den der kommer tættest på antallet, vinder en ny cykel.*

Som hjælp får man oplysningerne vist i tabellen nedenfor:

Navn	Dennis	Mette	Lotte	Bo	Kaj
Antal (stk.)	5	10	15	20	1
Vægt (gram)	1000	1100	2400	2500	100

Eleverne bliver bedt om at svare på spørgsmålet uden brug af CAS men gerne med brug af en lommeregner sammen med papir og blyant. De får ca. 10 minutter til at finde et bud samt at skrive deres tankegang bag buddet på en planche, som skal præsenteres for resten af klassen.