

Nogle matematiske erindringer

JENS CARSTENSEN, Frederiksberg

Jeg blev student fra Øregård Gymnasium i 1962 og begyndte straks på matematikstudiet på Københavns Universitet, hvor jeg blev cand. scient. i matematik i 1967. I perioden på 47 år fra 1967 til 2014 var jeg uden afbrydelse ansat på Tårnby Gymnasium i Kastrup ved København.

Efter studentereksamen var det klart, at jeg ville uddanne mig inden for det matematisk–naturvidenskabelige område, så jeg begyndte at læse matematik og fysik på Københavns Universitet. Undervisningen foregik perioden 1967–68 på Niels Bohr Institutet på Blegdamsvej, idet H. C. Ørsted Institutet først blev taget i brug i 1968. Det viste sig, at fysik var både svært og ikke som jeg havde forestillet mig det, og desuden var matematikken tiltrækkende på grund af dens indbyggede 'skønhed' eller 'harmonif'.

Hen mod slutningen af studiet virkede det for mig og adskillige af mine studiekammerater som en god idé (og måske den eneste mulighed på det tidspunkt!) at søge ansættelse i gymnasieskolen. Det viste sig heldigvis, at jeg havde flair for arbejdet som lærer her, og at jeg kom udmærket ud af det med eleverne. Måske spillede det også ind, at jeg blev ansat på et helt nyoprettet gymnasium (oprettet 1966), så lærerkollegiet havde mulighed for at sætte sit eget præg på skolen. Lærerne var desuden næsten alle i samme aldersgruppe.

Gennem årene var jeg begunstiget af gode kolleger i og uden for faggruppen og af rektorer, der ikke 'blandede' sig! Desuden fungerede jeg som skemalægger i perioden 1972–1992, hvor jeg deltog i den datamatiske skemalægning som fra midt i 1980'erne var på fremmarch.

Gymnasiet

Gymnasiet var det såkaldte *gryngymnasium* (1963–1990) med opdeling af eleverne i en matematisk–naturvidenskabelig linje og en sproglig linje. Matematikerne var delt i tre grene: Matematisk–fysisk



gren, matematisk–naturfaglig gren og matematisk–samfundsfaglig gren. De sproglige kunne vælge mellem nysproglig gren og samfundsfaglig gren, og på visse skoler havde man desuden en klassisksproglig gren.

I en længere periode kom $\frac{2}{3}$ af studenterne fra matematisk linje, mens kun $\frac{1}{3}$ var fra sproglig linje. Det skyldtes, at den matematiske studentereksamen var en bedre eksamen end den sproglige, fordi den sproglige stort set ikke indeholdt emner fra de matematiske og naturvidenskabelige fag. Derfor var det umuligt for studenterne at søge direkte ind på en række videregående studier.

I slutningen af 1960'erne og i begyndelsen af 1970'erne var gymnasieundervisningen i matematik en ganske anden end i dag. Den byggede i det store og hele på Kristensen & Rindungs lærebogssystem, der var næsten enerådende i landet. Alt åndede fred og ro, ingen elektroniske medier eller hjælpemidler og i begyndelsen heller ingen fotokopimaskiner. Læreren gennemgik lærebogssystemet fra side 1 til side ... i løbet af klassens tre gymnasieår. Hjemmeopgaver blev afleveret en gang om ugen, og af og til arrangerede den

ansvarsbevidste lærer naturligvis prøveregninger af hensyn til karaktergivning.

Numeriske beregninger foregik ved hjælp af logaritmetabeller, og trigonometriske regninger desuden via tabeller over funktionerne sin, cos, tan, log(sin) og log(cos). En gennemgang af regnestokkens funktionsmåde var også medtaget. De første lommeregnerne indførtes omkring 1976, og det var en stor lettelse at slippe for tabellerne. Desuden blev det muligt at løse et større udvalg af mere virkelighedsorienterede opgaver.

Det pligtige eksamenspensum var beskrevet i 'Bekendtgørelsen', der var en liste over de emner, der skulle gennemgås. Den fyldte 4–5 sider. Der var ingen indblanding fra ministeriets side i undervisningsmetoder, gruppearbejde, motivationsfremmende foranstaltninger, projektarbejde eller lignende uvedkommende tøjleri. I modsætning til i dag regnede man med, at matematiklæreren havde forstand på formidling og kunne tilrettelægge undervisningen i faget på bedste måde. Nutidens matematiklærere kan vanskeligt forestille sig den ro og uforstyrrelse, der prægede undervisningen i de tider.

Matematiklærerforeningen

Mange nye matematiklærere blev ansat ved gymnasierne i slutningen af 1960'erne og i løbet af 1970'erne i takt med, at nye gymnasier åbnede over hele landet. Som en selvfølge meldte man sig ind i Matematiklærerforeningen, der stod for afholdelsen af regionalmøder med fagligt indhold og orientering fra fagkonsulenterne (der var to!). Som deltager i langt de fleste af møderne i min region mødte jeg efterhånden de samme andre deltagere – det var lidt 'Tordenskjolds soldater'. Ikke så underligt, for foreningen var langt mindre dengang.

Som bindeled mellem medlemmerne udsendte foreningen LMFK-bladet 10 gange (!) om året i form af et af og til omfangsrigt hæfte i format A5, der var maskinskrevet med forskellige typer fra de forskellige bidragydere. Opsætningen var altså ikke på samme måde strømlinjet som i dag, men den hyppige udgivelsestakt gjorde til gengæld, at der kunne foregå diskussioner fra måned til måned af forskellige emner, som indsenderne bragte på bane. Det sker naturligvis ikke i dag.

En sådan udveksling af synspunkter er ikke i samme grad mulig på nettet, som jo ellers fremhæves som ideelt til den slags. Det hænger sammen med, at nettet ikke på samme måde som et tidsskrift, som *alle* matematiklærere læste, kan overskues, og nok så meget med, at det trykte tidsskrift faktisk lå på alle matematiklærernes skrivebord, så de nærmest var tvunget til at læse indholdet. Nettet er langt mere usynligt og byder sig ikke til på samme måde som en trykt publikation.

Som medlem af Matematiklærerforeningen havde jeg en fornemmelse af, at der foregik et frugtbart samarbejde mellem foreningen og undervisningsministeriets *Direktorat for gymnasieskolen*, oftest kaldet *Direktoratet*. Foreningen og direktoratet diskuterede matematiske emner og planlagte pensumændringer, en praksis, der under senere fagkonsulenter desvær-

re ikke mere fandt sted og som man fra ministeriets side tydeligvis ikke ønskede skulle finde sted.

Lærebøger

I begyndelsen af 1980'erne kom jeg i forbindelse med forlaget System, som udsendte nogle små hæfter til valgfrit emne, som jeg skrev. Desuden udsendtes et lærebogssystem i matematik sammen med Jesper Frandsen (Schneekloths Gymnasium, senere Borupgård). Bøgerne blev produceret på skrivemaskine, figurer var tegnet i hånden og klistret ind i teksten og overskrifter var fabrikeret i fed skrift af forlaget. Lærebøgerne blev siden fornyet og gennemskrevet i flere omgange med tekstbehandlingsprogrammet WordPerfect, der var dominerende. Figurerne blev forbedrede og elektronisk fremstillet.

Senest er der udsendt lærebøger til gymnasierformen 2017, nu med fuldt elektronisk udstyr og med to nye forfattere, Esben Lorenzen (Marie Kruses Skole) og Adam Lund Madsen (Sankt Annæ Gymnasium).

Desuden udsendtes gennem en årrække i flere oplag og gennemskrivninger lærebøger for det daværende hf fællesfag og hf tilvalgsfag, nuværende matematik B hf og A hf.

Opgavehjørnet

I 1983 blev jeg redaktør for Opgavehjørnet, der i perioden 1983–2003 optrådte i LMFK-bladet. Fra 2004 var den månedlige opgave med efterfølgende løsning at finde på foreningens hjemmeside, hvor den stadig optræder. I begyndelsen var der mange løsere af opgaverne (15–20 stykker eller flere), mens det i dag er almindeligt med 6–10 modtagne løsninger. Hvorfor mon denne tilbagegang i antallet af matematiklærere, der interesserer sig for opgaver i matematiske emner inden for talteori, uligheder, plangeometri, ligninger, algebra/bogstavregning m.m.?

Matematiklærerforeningen udgav i 1993 en lille bog med opgaverne 1983–1993, og senere udsendte jeg selv bøger med opgaverne 1993–1998, 1998–2003 og 2003–2013.

Opgavehjørnet ligger nu i nyredigeret og gennemskrevet form i Matematiklærerforeningens materialebank, hvorfra det kan hentes ned. Det suppleres med mellemrum, da Opgavehjørnet fortsætter, i øjeblikket med opgave 372.

LMFK-bladet og MatematikMagasinet

Sammen med Alija Muminagić (indvandret fra Bosnien–Herzegovina) og alene skrev jeg fra 1996 en række artikler om forskellige matematiske emner i LMFK-bladet. Disse artikler udgør et omfattende materiale, der blev samlet i de små privat udgivne bøger *Matematiske perler* (2004), *Matematiske miniaturer* (2004), *Matematiske diamanter* (2005) og *Matematiske juveler* (2006).

Fra 2003 gik LMFK-bladet over til ændret format og moderniseret opsætning, så der ikke længere var plads i bladet til matematiske artikler af større omfang, så jeg begyndte selv at udsende *MatematikMagasinet* i form af et hæfte i format A5. Det udkom i 15 år i perioden 2003–2017, med 100 hæfter på i alt ca. 4500 sider. Hele dette materiale er tilgængeligt for medlemmer i Matematiklærerforeningens materialebank.

Fra 2006 fortsatte jeg selv alene og sammen med Alija Muminagić at levere artikler til LMFK-bladet. De er i 2020 samlet i en bog, der formentlig bliver lagt på nettet.

Månedens Opgave

År 2000 var World Mathematical Year, og Matematiklærerforeningen besluttede i den anledning at publicere en månedlig opgave af simple art, som interesserede elever på gymnasialt niveau kunne løse og indsende til undertegnede som redaktør. I perioden 2000–2014 var desuden H. C. Thomsen (Frederiksberg

Gymnasium) medredaktør og i årene 2014–2019 fungerede Palle Bak Petersen (Frederiksværk Gymnasium) som medredaktør. Blandt de indsendte korrekte besvarelser blev der trukket lod om en grafregner eller matematikprogram efter elevens valg.

Efterhånden aftog antallet af deltagende elever og redaktørerne besluttede at opføre med Månedens Opgave med udgangen af 2019 efter 200 opgaver. En komplet revideret udgave af samtlige opgaver med løsninger ligger under uvmat.dk.

Senere reformer

I perioden 1988–2005 virkede *tilvalgs-gymnasiet*, hvor man forsøgte at afskaffe opdelingen i sproglige og matematiske elever og i 2005–2017 herskede *studie-retningsgymnasiet*, hvor bl. a. det ilde-sete misfoster 'Almen studieforberedelse' indførtes.

I denne periode førte jeg i LMFK-bladet nogle lidt irriterende diskussioner med fagkonsulenten, idet ministeriet efter min opfattelse ikke var tilstrækkelig bevidst om det aftagende faglige niveau i form af elevernes manglende grundlæggende kundskaber i matematik. Især var det galt inden for bogstavregning. Hvis en matematiklev til stadighed skal kæmpe med elementære færdigheder i dette område, som er selve matematikkens sprog og forudsætning for den videre forståelse, bliver han/hun ustandselig bremset i tilegnelsen af stoffet. En flydende beherskelse af bogstavregning er i virkeligheden fuldstændig afgørende i faget.

Man kan have forskellige meninger om, hvad disse manglende algebraiske evner skyldes, men sandsynligvis hidrører de fra folkeskolen, hvor det meste bogstavregning er helt forsvundet. Om man i gymnasiet kan afhjælpe misøren er et stort spørgsmål. Det kan i hvert fald ikke lade sig gøre, hvis man som i den nuværende reform hælder flere og flere stof-

områder ud over eleverne. Derved er der ikke tid til arbejdet med den helt nødvendige sammenkobling mellem folkeskolens afgangsniveau og gymnasieskolens indgangsniveau, herunder et mere omfattende forløb med bogstavregning end vi i dag har plads til.

Det er formodentlig desuden en illusion at tro, at man ved at optage en meget stor del af en ungdomsårgang i gymnasiet, kan opnå et højt matematikniveau hos en stor del af eleverne. Hvis man ønsker mange elever gennem gymnasiet, må man uundgåeligt sænke kravene – det gælder alle fag. Så længe politikere og (nogle) lærere svæver i den vildfarelse, at masse-gymnasiet kan opnå et højt fagligt niveau for en betydelig del af eleverne, bliver man skuffet.

Fremtiden

Det er altid svært at spå om fremtiden, men der er dog et par forhold, der fortjener en subjektiv kommentar.

Bestemmelsen om, at alle elever (på nær ganske få) nu er tvunget til at tage matematik på mindst B-niveau, har allerede ved et par eksamener vist sig katastrofal. Resultaterne har været elendige og man har været tvunget til at 'opvurdere' besvarelserne med flere points end rimeligt. Denne tvivlsomme praksis vil desværre sikkert fortsætte, indtil man tvinges til at tage sig af problemet på en mere realistisk måde: nedsættelse af omfanget af pensum på B-niveau.

Den sidste reforms forøgelse af kernestofet er ikke af det gode. Man har indført store mængder statistik, som er en temmelig vanskeligt forståelig del af matematikken, når den skal behandles på gymnasieniveau. Behandlingen af talmaterialer udarter til blot at være frustrerende indtastninger i CAS-programmer som 'sorte bokse', og bygger ikke på nogen dybere analytiske ræsonnementer i matematisk forstand. Den tid, der nødven-

digvis skal afsættes til det statistiske område, kunne utvivlsomt bedre anvendes på matematiske emner, der tillod en dyrkelse af matematikkens egenart som ræsonnerende videnskab.

Desuden er funktioner af to variable kommet til – et i sig selv vanskeligt emne, som erstatning for den noget lettere tilgængelige rumgeometri.

Det bør anbefales både på A- og B-niveau at beskære pensum, helst det svulmende statistiske stofområde, der hverken efterlader nogen dybere forståelse hos eleverne eller kommer dem til nytte i deres fremtidige virke eller studier.

Man kunne med fordel lægge sig den kendte engelske matematiker Godfrey Harold Hardy's (1877–1947) ord på sinde:

'Den elementære talteori burde være en af de grundlæggende discipliner i matematikundervisningen. Den kræver kun beskedne forkundskaber og dens indhold er fortroligt og håndgribeligt. De slutningsmåder, der benyttes, er enkle, almene og få, og den indtager en særstilling i den matematiske videnskab ved, at den appellerer til den almene nysgerrighed. En måneds inspireret undervisning i talteori turde være dobbelt så instruktivt, dobbelt så nyttigt og mindst ti gange så underholdende som det samme sidetal i Differentialregning for ingeniører.'