

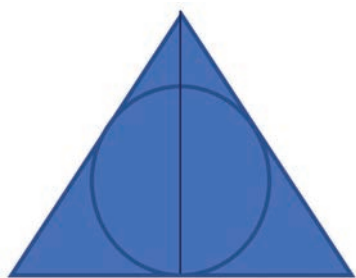
En magisk løsningsmodel?

JEANETTE MARIE AXELSEN, Midtsjællands Gymnasium

”Hvorfor har du taget en Harry Potter-bog med til matematik? Hvad har Harry Potter med matematik at gøre?” Et godt spørgsmål stillet af en af mine elever i 1.g i december, da vi skulle have en time med snak om den gode opgave. Umiddelbart har de to ting ikke noget med hinanden at gøre – selvom jeg til tider godt kunne ønske mig en besværgelse eller to over for mine elever i matematik.

Med to 1.g-klasser på B-niveau har jeg i dette skoleår tænkt, hvordan jeg hurtigere og bedre får elever til at arbejde bedre og skrive en god besvarelse i matematik. Kan man give dem en hjælp til lidt nemmere at knække koden og blive mere klar over, hvilken proces der ligger bag arbejdet med emner og problemstillinger i matematik og hvilke krav vi stiller? Kræver det magi eller er der faktisk en vej?

Et bud på svar fik jeg på en pædagogisk dag på Midtsjællands Gymnasium, hvor to modtagere af Politikens undervisningspris *Lasse Seidelin Bendtsen* fra Borupgaard Gymnasium og *Brian Egede-Pedersen* fra Nykøbing Katedralskole. Deres arbejdstitel var ”*Klare mål og vilde ideer*” og i løbet af et par timer blev vi præsenteret for mange forskellige krydderier til undervisningen med udgangspunkt i deres undervisning. Et af krydderierne var kompetenskabeloner. I det følgende vil jeg præsentere en vild ide, som også giver et lille krydderi i undervisningen, som ved et trylleslag dukkede op, da jeg så symbolet for Dødsregalierne (mere herom senere) på en mulepose, som en af de to foredragsholdere havde med.



Figur 1
Symbol for dødsregalierne i Harry Potter, bind 7.

Fra problem til ide

Med udsigten til en lang række afleveringer, hvor jeg ville skulle bruge en masse krudt på at få eleverne gjort klart, hvordan man arbejder i matematik, hvordan man skriver i matematik og måske endda hvordan man lærer i matematik, så var jeg meget motiveret for at finde en løsning på det at kunne skrive en god opgave. På vores føromtalt pædagogiske dag blev vi præsenteret for kompetenskabeloner som en måde hvorpå elever bedre kan huske, hvad de skal vha. billeder og symboler. En memoteknik som også er kendt fra bl.a. Mark Aarøe Nissen, der kan huske over 22.000 decimaler af pi. Hemmeligheden er at koble det man skal huske op på noget visuelt – lidt kort sagt.

Da jeg så symbolet for dødsregalierne, som jo er tre klassiske geometriske figurer fra Euklids Elementer – cirklen, linjen og trekanten – var det oplagt at få lavet en skabelon over dette symbol.

Dødsregalierne stammer fra Harry Potter-serien, hvor Harry Potter med sine to venner Hermione Granger og Ronald Weasley støder ind i dødsregalierne i deres jagt på horcruxer, der i sidste ende skal bekæmpe det onde repræsenteret ved troldmanden Voldemort. Dødsregalierne er i serien en myte, der stammer fra et eventyr af troldmanden Barden Beedles, men som viser sig ikke bare at være en myte, men faktisk at være nogle virkelige objekter. De tre dødsregalier er *Oldstaven*, som er en tryllestav der altid vil vinde i en duel mod en anden troldmand, *Genopstandelsesstenen*, som er en sten der kan genoplive døde og endelig *Usynlighedskappen*, som gør bæreren af kappen usynlig, når man bærer den.

I det følgende vil jeg beskrive kompetenskabelonen, hvordan den er blevet implementeret og endelig hvilke videre perspektiver den kan have.

Den magiske løsningsmodel: Mat-regalierne

I matematik oplever jeg ofte elever, der som udgangspunkt indtager positionen, at de forstår ingenting efter at have læst opgaven igennem én gang. På et møde med den lokale grundskole samt de gymnasiale uddannelser i Ringsted fortalte nogle elever fra de gymnasiale uddannelser om overgangen i matematik, at det for dem var noget nyt ikke at kunne løse en matematikopgave med det samme, da de som oftest havde haft afleveringsopgaver for i Matematik-fessor, som er et on line program, der er selvrettende. For at give eleverne et værktøj til en skriveproces ville jeg gerne gøre dem klart, at der er et forskrivningsarbejde, inden man kan starte med at skrive selve opgaven. Det er et arbejde som involverer læsning, måske nogle noter og meget af det vil ikke være direkte synligt i opgaven. Så derfor bærer man usynlighedskappen i denne fase. Symbolet er en trekant, og dermed giver det anledning til tre punkter i en proces frem mod opgaveskrivningen.

Lad mig illustrere skabelonen med et konkret eksempel.

Opgave med papir og blyant:

Tabellen angiver nogle sammenhørende værdier af x og $f(x)$.

x	2	6
$f(x)$	5	29

Det oplyses, at $f(x) = a \cdot x + b$.

a) Bestem a .

Førskrivningsarbejdet består nu af følgende tre punkter:



Nøgleord og oplysninger i teksten: Der er tale om en lineær funktion da $f(x) = a \cdot x + b$. De to oplysninger i tabellen svarer til to punkter på grafen for f , da det er sammenhængende værdier af x og $f(x)$.

Hvad spørges der om?: Man skal bestemme a dvs. det er hældningskoefficienten for den lineære funktion. Det skal altså blive et tal som resultat.

Formler/metoder: Formlen til at bestemme hældningskoefficienten ud fra to punkter er

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Når der er styr på, hvad opgaven går ud på, hvad jeg ved og hvad jeg skal bestemme, så kan den egentlige opgaveskrivning starte. Det er her magien kan starte. Det næste symbol er derfor linjen, som et symbol på *Oldstaven*.

Alt efter hvilken type opgave og hvilke hjælpemidler, man har til rådighed, kan der ske noget forskelligt, når man skal svinge oldstaven. Se boksen i det konkrete eksempel.

Når resultatet er fundet, skal man nu til at genopstå fra matematikkens rige og tilbage til virkeligheden. Der skal konkluderes på opgaven, og for at kunne gøre dette skal eleverne igen spørge sig selv om, hvad var spørgsmålet, og hvad svarer jeg på dette. Er der en kontekst i opgaven, så er det at genopstå også i betydningen at gå fra det matematiske symbolsprog til det naturlige sprog. Der sluttes med andre ord en ring om opgaven. Derfor er symbolet for *genopstandelsesstenen* – nemlig en cirkel – et stærkt symbol til denne del af processen. I eksemplet ovenfor kunne eleven som konklusion fx skrive "*Hældningskoefficienten er bestemt til $a = 6$.*"

Harry Potter i undervisningen

Tilbage til spørgsmålet min elev stillede om, hvad Harry Potter har med matematikundervisning at gøre. Eleverne blev i timen bedt om at lukke og slukke for alt og læne sig tilbage. Først spurgte jeg ind til, hvor mange der kendte til Harry Potter enten som bog og/eller film. Der er desværre en del elever, der ikke har været i berøring med Harry Potter-serien, men man kan hurtigt kort fortælle lidt om denne series overordnede tema. Det gode ved dødsregalierne er, at der i bind 7 *Dødsregalierne* er skrevet eventyret om dødsregalierne af den fiktive forfatter Barden Beedles, så uden at kende til Harry Potter kan man altså godt stifte bekendtskab med selve begrebet dødsregalier.

Eleverne sætter sig til rette, klar til eventyr. Eventyret er på ca. 2 sider, så det er et lille kort eventyr. Men eleverne får her en stund, hvor de bare skal lytte og kan svømme lidt hen. Et par af eleverne lændede sig ind over bordet og sidemanden sad og nussede dem lidt på ryggen, mens der blev læst højt.

Efter oplæsningen blev eleverne – stadig med lukkede enheder – præsenteret for *Mat-regalierne* altså hvordan koblingen nu var mellem Harry Potter og matematik. Ved hjælp af en power point blev de præsenteret for de forskellige faser i skriveprocessen vist i eksemplet ovenfor, der er en opgave, som de havde arbejdet med nogle gange forinden.

Håndtaget: Skriv et resume af dit arbejde i usynlighedskappen.

Selve staven – der hvor magien udspringer fra:

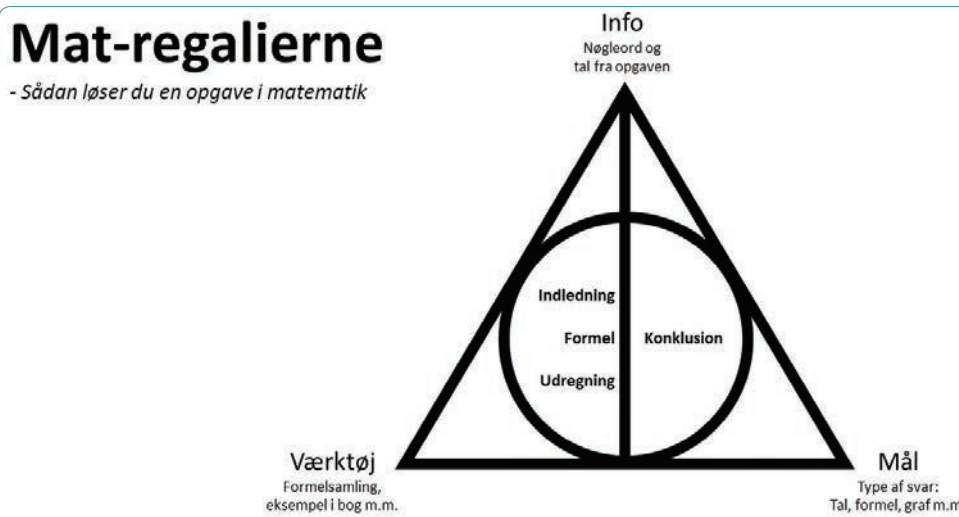
- Indsæt i din formel og udregn
- Løs en ligning i CAS
- Tegn en graf og løs grafisk
- Etc.

En lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$ har to punkter på grafen givet ved koordinaterne (2,5) og (6,29).

a) Bestemmer hældningskoefficienten a :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{29 - 5}{6 - 2}$$

$$a = \frac{24}{4} = 6$$



Måden, de nu skulle arbejde på, var gennem opgaveregning, men hvor processen skulle synliggøres – selvom jeg lige havde sagt, at arbejdet i usynlighedskappen skulle være usynligt. Men de købte præmissen. Eleverne blev delt op i to store grupper og konkret delte jeg blot klasserummet over i to. Hver storgruppe fik en opgave. I undergrupper af storgruppen skulle de udfylde kompetenskabelonen på et stykke papir. Da timeglasset løb ud, blev eleverne fra storgruppe 1 sat sammen med elever fra storgruppe 2, så de sad 2 fra hver side af lokalet sammen i en 4-mandsgruppe. I denne matrix-lignende gruppe skulle de nu præsentere deres arbejde for hinanden. Hvilket arbejde var lavet i usynlighedskappen, og hvordan så selve besvarelsen ud.

Perspekiver på og erfaringer med mat-regalierne

Når vi arbejder i timerne, henviser jeg ofte til mat-regalierne. Hvis en elev har svært ved at få hul på en opgave, så beder jeg dem om at udfylde usynlighedskappen. Omvendt kan eleverne, hvis de har svært ved at få hul på opgaven, præcisere, hvor i processen der opstår problemer. I hvilket hjørne går de i stå. Endelig giver arbejdet med usynlighedskappen også anledning til altid at have papir og blyant liggende ved siden af, når man arbejder med opgaver – også hvis det foregår på computeren.

I min feedback på afleveringsopgaverne bliver det også let at se, hvor i usynlighedskappen eleven har det svært. Dvs. ved at henvise til symbolet kan eleven se, hvor der skal sættes ind. Fx har mine 3.g'ere ofte svært ved at få helt styr på betydningen af deres variable, hvilket volder problemer fx i forbindelse med tekstopgaver inden for differentilligninger. Får de ikke gjort sig klart, hvad de ved og hvad der spørges om, så bliver det svært at finde formler, metoder eller vej igennem resten.

På Midtsjællands Gymnasium har vi en matematikvejleder, der har timer til at være med i undervisningen efter grundforløbet i 1.g. I mine klasser har jeg brugt dette tilbud til mine omlagte timer, så flere elever kan få hjælp til deres aflevering. Det at have et fælles sprog har ifølge min kollega været en styrke i arbejdet, når man kommer ind til elever, man ikke kender. Processen bliver tydeligere, og det bliver lettere at afdække som sagt, hvor i processen eleven skal have hjælp.

I opgavesættene ved den skriftlige eksamen står der altid en liste, som eleverne bliver vurderet på i forhold til formidlingen. Kravene i denne liste ligger implicit i mat-regalierne. For i resuméet dvs. håndtaget på oldstaven, bliver opgaven præsenteret med de relevante oplysninger, og når staven svinges, bliver tankegangen klar, fordi eleven har gjort sig klart, hvilken metode de skal anvende. De kan så overveje hvilke relevante figurer, der kan inddrages, hvis det er nødvendigt.

En erfaring jeg gjorde mig under implementeringen var, at det er vigtigt, at træningsopgaverne ikke er for komplicerede. Hvis det bliver for svært, så vinder man ikke elevernes motivation for at arbejde med kompetenskabelonen. Eleverne skal nok hurtigt finde ud af, at det at lave en god besvarelse kræver et stykke arbejde og noget vedholdenhed. Men dette kan overføres til andre fag. I fx dansk skal der jo også laves et større analysearbejde førend man kan begynde at skrive sin opgave, og her skal man kunne lave små resuméer af andres tekster med egne ord. Så i matematik kan vi med andre ord støtte op om hele skriveprocessen generelt, så eleverne oplever sammenhæng mellem fagene – der er noget der går igen trods de store forskelle på fagene.

Problemet med skabeloner kan dog være, at eleverne ikke helt får skelnet mellem førskrivningens tekst og den synlige tekst i opgaven. Nogle af mine 3.g'ere skrev således i en besvarelse:

- ✓ Nøgleord:
- ✓ Hvad spørges der om:
- ✓ Formler/metoder:

Så desværre kan man ikke sige, at mat-regalierne har den magi og er den besværgelse, der bare fikser alt ved et sving med tryllestaven. Men flere elever har givet udtryk for, at det er blevet mere klart for dem, hvad kravene er, og at det hjælper dem i deres arbejde. En del elever sukker også dybt og spørger: "Vil du virkelig have vi skal gøre alt det? Kan vi ikke bare skrive opgaven?". Og her er svaret – Ja. De skal gøre alt det, for det er netop derfor, at de kan skrive opgaven, så den bliver god, og at de måske også får lært noget matematik eller om arbejdet med matematik undervejs ved at skrive den.