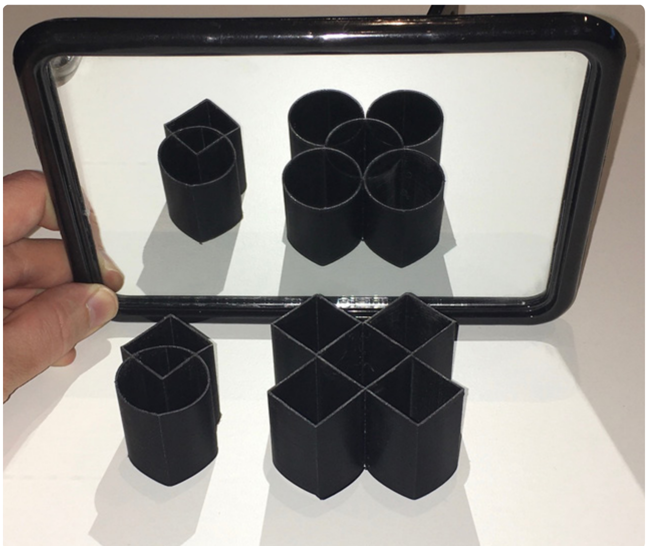
# Illusioner og vektorfunktioner

Jan Agentoft Nielsen, Horsens Gymnasium

På A–niveau har vi fået det nye emne vektorfunktioner ind i kernestoffet. Den teori, eleverne skal sætte sig ind i, er ret beskeden. Men hvad vektorfunktionerne mangler af teoretisk dybde, kompenserer de for i form af sjove anvendelser. I denne artikel vil jeg se på en af dem.

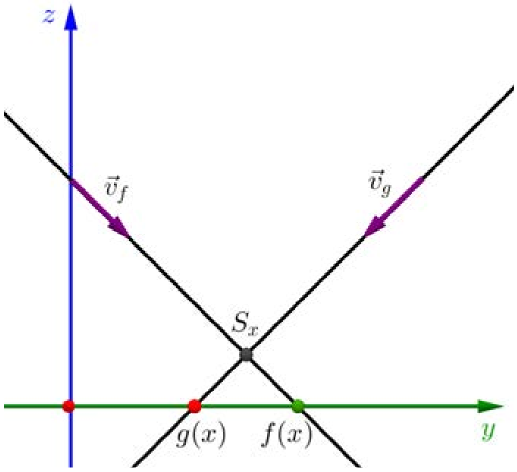
En af mine yndlingsillusioner er *The Ambiguous Cylinder*, der ligner en cylinder, hvis man ser den fra den ene side, mens den fra den anden side ligner et kvadratisk rør. På følgende billede har jeg sat nogle stykker af dem sammen og taget et billede af dem sammen med deres spejlbillede:



Målet i denne artikel er at vise, hvordan man med vektorfunktioner let kan lave kurver, der har den egenskab. Helt konkret vil vi lave en kurve, som når den ses fra en side ligner grafen for en funktion *f*, mens den fra den anden side ligner grafen for en funktion *g*.

Idéen er følgende: Vi tegner graferne for *f* og *g* i *xy*–planen og vælger, at vi vil se grafen for *f*, hvis vi ser ned på *xy*–planen langs vektoren $\vec{v}_f = (0,1,-1)$, og grafen for *g*, hvis vi ser ned langs vektoren $\vec{v}_g = (0,-1,-1)$.

For at illusionen skal virke, skal vi for hver *x*–koordinat lade kurven passere gennem skæringspunktet $S_x$ mellem linjen gennem punktet $(x, f(x), 0)$ parallel med $\vec{v}_f$ og linjen gennem punktet $(x, g(x), 0)$ parallel med $\vec{v}_g$.




Da trekanten, der opstår mellem sigtelinjerne og *xy*–planen, både er retvinklet og ligebenet, er *y*–koordinaten til $S_x$ gennemsnittet af $f(x)$ og $g(x)$, mens *z*–koordinaten er halvdelen af forskellen mellem dem.

Kurven har derfor parameterfremstillingen:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \dfrac{f(t)+g(t)}{2} \\ \dfrac{f(t)-g(t)}{2} \end{pmatrix}$$