Multiplikation ved hjælp af parabel

JENS CARSTENSEN, Frederiksberg

Hvis p og q er positive reelle tal, kan man ved hjælp af parablen med ligningen $y = x^2$ finde produktet af p og q.

Punkterne P og Q på parablen har koordinaterne $P\ (-p, p^2)$ og $Q\ (q, q^2)$, så P ligger i andet kvadrant, Q i første. Linjen PQ skærer y–aksen i T og projektionerne af P og Q på y–aksen er R og S. Vi betegner koordinaterne til T med $(0, k)$.

Så er $QS = q$, $PR = p$, $ST = q^2 - k$ og $RT = k - p^2$.

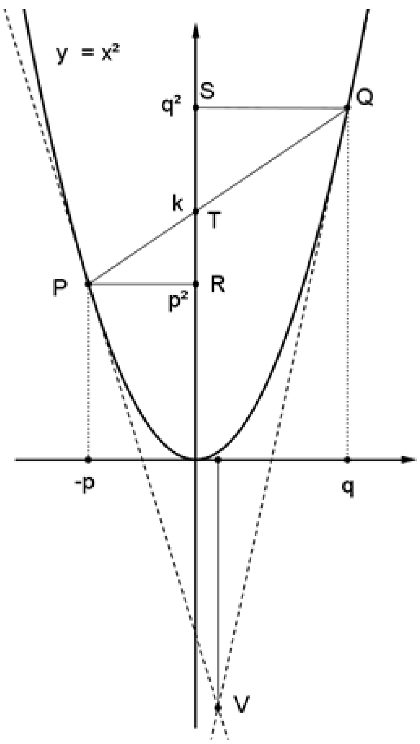
Da ΔSQT og ΔRPT er ensvinklede, er

$$\frac{SQ}{RP} = \frac{ST}{RT} \Leftrightarrow \frac{q}{p} = \frac{q^2 - k}{k - p^2} \Leftrightarrow$$

$$q(k - p^2) = p(q^2 - k) \Leftrightarrow$$

$$qk - qp^2 = pq^2 - pk \Leftrightarrow$$

$$k(q + p) = pq(q + p) \Leftrightarrow k = pq$$



Vi kan altså bestemme produktet pq som skæringspunktet mellem den angivne linje og y–aksen.

Det er vist velkendt, at tangenterne til parablen i P og Q skærer hinanden i et punkt V med koordinaterne

$$V = \left(\tfrac{1}{2}(q - p), -pq\right)$$

Derfor kan produktet pq desuden aflæses som afstanden fra tangenternes skæringspunkt til x–aksen.

Henvisning

Christoph Kirfel & Ida Kathrine Vestvik-Schütz: *Gångerparabeln*, Nämnaren, 207:3, Göteborgs Universitet.