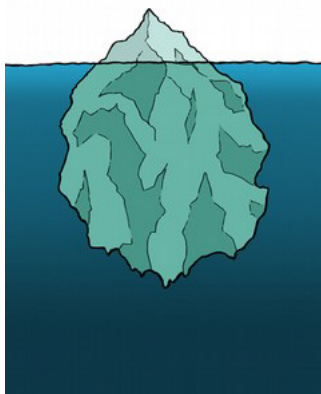


Bud på retning for fremtidens matematikundervisning

OLE ANDERSEN, Aarhus HF & VUC

Umiddelbart ser det lidt sort ud med fremtidens matematik i gymnasiet. Vi har en folkeskole, der producerer mange elever med ”ondt” i matematikken, og den sidste overenskomst er alle lærere i folkeskolen utilfredse med. Det fremmer ikke en særlig indsats. Desuden bliver der flere elever med anden etnisk baggrund. Det giver alt andet lige en større spredning blandt eleverne, både fagligt og socialt. I det hele taget er der fokus på det individuelle, også blandt forældre, hvilket også giver en større spredning blandt vore elever både fagligt og socialt, og sådan kunne man sikkert blive ved.

Det vil selvfølgelig få betydning for undervisningen i matematik i gymnasiet. Spørgsmålet er, om vi kan gøre noget ud over at påvirke udviklingen? Hvordan håndterer vi et sådant anderledes elevklientel? Det vil jeg forsøge at give et bud på i denne artikel vha. en lille kommunikationsmodel, som kan illustreres vha. et isbjerg:



Et isbjerg kan illustrere vores kommunikation i en konkret situation: Den del af isbjerget, der er over vandet, repræsenterer den formulerede del af vor kommunikation, og den der stikker under repræsenterer den ikke-formulerede del. Siger jeg eksempelvis: ”Mit navn er Ole” gemmer der sig her en masse ikke-formuleret information: Jeg er en mand, jeg har et navn, ”Ole” er mit fornavn osv. Heldigvis behøves læserne af denne artikel ikke overveje den slags. I forstår

umiddelbart, hvad jeg mener, og forstår, hvad den oplysning kan bruges til. På et punkt er illustrationen dog misvisende: Figuren antyder en klar skillelinje mellem det formulerede og det ikke-formulerede, men sådan er det selvfølgelig ikke. Forholdet mellem de to kan sagtens ændres. Desuden må man ikke glemme, at det ikke-formulerede er man sjældent bevidst om, og derfor kan det være svært at gennemskue, hvad det ikke-formulerede består i.

Hvorfor det er en interessant model? Jo, den siger noget om betingelserne for kommunikation. For at man kan forstå hinanden, skal man forstå det ikke-formulerede, dvs. man skal kunne håndtere den del af kommunikationen, der befinder sig under vandlinjen. Det betyder i praksis, at der skal være en vis overensstemmelse mellem isbjerget under vandet mellem sender og modtager. Den del der ligger over vandet betyder ikke så meget, thi der kan man tale sig til en overensstemmelse, men alt, der ligger under, er netop indforstået og noget, vi først bliver opmærksomme på, når vi støder ind i problemer med at forstå hinanden.

Og hvad har det med matematik at gøre? Jo, en hel del. Når vi underviser i matematik kommunikerer vi matematik, dvs. budskabet kan inddeles i to dele, nemlig det, vi formulerer, og det vi ikke formulerer, dvs. det der ikke formuleres eksplicit og man derfor ikke lærer ved direkte kommunikation.

Set på den baggrund bliver det pludselig ret oplagt, hvad der vil ske fremover: Vore elever vil ikke komme med en fælles faglig platform, dvs. de mangler basale dele af det, der ligger under vandlinjen, men som alligevel er en forudsætning for at kunne forstå og kunne håndtere matematik. Problemet er, at de simpelthen ikke kan forstå det vi siger til dem, også selvom de forsøger. Og vi lærere siger, at eleverne er dumme, at de ikke vil, at de ikke vil til tavlen, at de ikke læser lektier osv. De sidder bare og kigger.

Det vil selvfølgelig hjælpe med lidt basal træning, men er det nok? Man skal i hvert fald ikke bare træne i blinde, men hvad skal man så? Ja, lad os se lidt nærmere på et eksempel. For tiden opgraderer jeg fra matematik C til B. Kursisterne er således studenter, som efterfølgende vil supplere matematik. Ikke af interesse, men fordi de har fundet en uddannelse der kræver matematik B. Godt nok har mange af disse kursister uheldige erfaringer med matematikken, men det er de bevidste om, og nu vil de prøve igen. For tiden benytter jeg følgende strategi: Jeg vil have dem aktiveret, jeg vil have dem til at tage noter, jeg vil have dem til at træne GeoGebra osv. Jeg kan godt overtale de fleste, men det er simpelthen ikke effektivt nok. Jeg har derfor lavet en masse relativt nemme opgave, som de bliver sat til at regne på papir. Alle skal skrive, og de der ikke sidder med papir og blyant er nemme at spotte og sætte i gang. Bare skriv. Mottoet er: ”Gennem hånden ind i ånden”. Samtidig med får vi opgaverne op på tavlen. Alene vil de ikke op, men 2–3 kursister om samme opgave er de med på. På den måde kommer alle op, og de vænner sig til at stå ved tavlen. Efter et stykke tid starter vi forfra, men nu skal de samme opgaver løses i GeoGebra. Så er alle ellers godt i gang, og der er slet ikke plads til individuelle præferencer. Det skal der heller ikke være. Disse kursister er slet ikke matematisk skolede, tværtimod har mange af dem en ikke særlig hensigtsmæssig måde at håndtere matematik på, og sådanne unoder er der ikke tid til. Ud over den rent faglige træning er formålet også at få opbygget en fælles kultur, så de, der stadig ikke er overbevidste, alligevel følger trop og gør som resten af holdet.

Ud over det rent faglige opbygger vi altså kultur. Det er vigtigt. I mine børns børnehaver havde de en musikpædagog til at komme en gang imellem og spille musik med børnene. Jeg spurgte hende hvordan pokker hun får ro og opmærksomhed, når der ellers er fuld fart på disse unger. Men forklaringen var meget sim-

pel. Hun medbragte en rød kuffert, som hun fandt frem og stillede midt på gulvet. Det afbrød straks alt leg og aktivitet, og børnene satte sig ned i en rundkreds om kufferten – ren magi :-). Men magi er det jo ikke. Det er snarere ”keine Hexerei nur Behändigkeit”, thi det er et udmærket eksempel på, at pædagogen har formået at opbygge noget ubevidst hos børnene, der overtrumfer deres leg. Børnene handler ikke bevidst. De bliver grebet af situationen.

Fænomenet minder om det, man kalder muskelhukommelse, som man kender eksempelvis fra musik. Det viser sig nemlig, at man kan lære at spille et stykke musik uden at tænke så meget over det, man spiller. Det sidder i fingrene. Et andet eksempel er en pinkode, som man efterhånden kun kan med fingrene. Det går godt lige til den dag man igen får brug for at gengive koden. Faktisk kan man risikere, at man pludselig heller ikke længere kan koden med fingrene. Det har alle vist prøvet :-)

Det er noget, der til forveksling minder om muskelhukommelse, der opøves med opgaver som:

$$\begin{aligned} a + a &= 2 \cdot a \\ a + a + a &= 3 \cdot a \\ a + 2 \cdot a &= 3 \cdot a \\ \text{osv.} \end{aligned}$$

Det er vigtigt med mange opgaver med en langsom progression. Jeg har ikke set sådanne samlinger i nogen lærerbøger, så opgaverne laver jeg selv.

Jeg benævner det blot ikke for muskelhukommelse, men henviser i stedet til isbjerget til at illustrere det fænomen, at man kan noget uden at være bevidst om alle detaljer. Men det er en vigtig del af det at kunne matematik. Et udtryk som $a + a = 2 \cdot a$ lærer man ikke udelukkende ved logik og ræsonnement, men derimod ved at gøre det. Som at lære at cykle: Det er næsten umuligt at forklare, hvordan man cykler, men når man kan, er det ikke så svært.

Desværre er det ikke nok med træning for at lære matematik. Der skal mere til.

Et simpelt eksempel er at gange ind i parentes, som i dette udtryk:

$$2 \cdot (a - 2)$$

Som de fleste andre undervisere illustrerer jeg med pile, at 2 skal ganges med begge led, dvs. der benyttes en illustration til at forklare fremgangsmåden. Det er en utrolig effektiv forklaring, som de fleste umiddelbart forstår. Dejligt :-). Men hvad skete der lige her? Ja, faktisk er det en genvej til at opbygge isbjerget under vandlinjen. Tilsvarende kan man også benytte andre kvalitative metoder, såsom illustrationer, metaforer, historier, anekdoter osv.

For nærmere at belyse anvendelsen af disse kvalitative metoder kontra en mere instrumentel tilgang, hvor man blot siger, hvad man konkret skal gøre, kan vi se nærmere på at gange ind i parentes, hvilket man kan gøre på mange måder. Mange gør således:

$$2 \cdot (a - 2) = 2 \cdot a - 2 \cdot 2 = 2 \cdot a - 4$$

Med tiden har jeg erfaret, at de fleste af mine kursister har lettest ved at forstå følgende:

$$2 \cdot (a - 2) = 2 \cdot a + 2 \cdot (-2) = 2 \cdot a - 4$$

dvs. gange tallene sammen som de står med fortegn. Først derefter reduceres der – en ting ad gangen :-)

Eksemplerne illustrerer det dilemma, vi står i, når der formidles matematik. Formidler man konkret, dvs. gør sådan og sådan, er det nemt at forstå, men det kan være svært for eleverne at gøre noget tilsvarende en anden gang. Man kommer derfor ikke langt med en sådan instrumentel metode. Der skal mere til, dvs. nogle gode forklaringer der fortæller ”how to”. Her duer det ikke med logik og ræsonnement. Det fungerer langt bedre med det jeg her benævner for kvalitative metoder. Men disse metoder gør det ikke alene. Som de to eksempler ovenfor viser, så skal eleverne stadig arbejde lidt med tingene for at forstå tankegangen.

Den her omtalte udvikling har selvfølgelig stået på i nogle år, men jeg tror ikke, at vore elever bliver mindre ”farverige” i den nærmeste fremtid. Vi får med andre ord mere brug for at skele til dette isbjerg, dvs.:

1. Undervise mere til hånden end direkte til ånden.
2. Opbyg kultur. Sådan gør vi her!

Til slut en interessant iagttagelse. Jeg har nemlig bemærket, at matematikstærke elever er utroligt hurtige til at fange instrumentelle tilgange, men når det kommer til at opbygge en forståelse, dvs. benytte kvalitative metoder, er de mere ligestillet med de matematiksvage elever. Underviser man derfor meget instrumentelt, underviser man primært for de matematikstærke elever. Der bliver simpelthen større og større forskel mellem de stærke og de svage. Inddrager man kvalitative metoder, er elevklientellet mere lige stillet, thi de matematikstærke elever er heller ikke specielt gode til at opbygge en forståelse og et overblik. Derfor hjælper man begge parter ved en undervisning, hvor der også indgår kvalitative elementer. Det er vigtigt at undervise på en måde, der fremmer ligheden rent fagligt i stedet for at undervise på en måde, der fremmer spredning!

One more thing: I mine øjne er der et mentalhygiejnisk aspekt i disse overvejelser. Nutidens elever har en masse aktiviteter, der spreder. Jeg tror, de trænger til aktiviteter, der samler. Det gælder både de travle unge, de der ikke får så meget opbakning derhjemme fra, de, der har en anden etnisk baggrund, de, der spiller meget computer osv. Og så er der alle dem med en diagnose. Der kan ro og opbyggelighed aldrig skade, og her er der klart nogle muligheder i matematik. Se fx sundhedsmagasinet på dr.dk: ”Pas på din hjerne”, som man kan finde her: dr.dk/tv/se/sundhedsmagasinet/sundhedsmagasinet-3/sundhedsmagasinet-pas-pa-din-hjerne.

Jeg har her de senere år fået skrevet en del artikler om matematikdidaktik, som kan findes her: www.skolekom.dk/~ole.andersen/