

Andengradsligningen – eksempler

JENS CARSTENSEN, Frederiksberg

Mange fremstillinger af den almindelige andengradsligning $ax^2 + bx + c = 0$ savner teksteksempler på anvendelse af formelen. Gamle bøger indeholder sådanne eksempler, som desuden er interessante på grund af deres historie og noget kuriøse indhold. Vi bringer nogle stykker fra bogen nævnt i henvisningen til læsernes fornøjelse og stille kluklatter.

Opgave 1

A train runs 60 miles at a uniform rate; if the rate had been 10 miles an hour more, it would have taken half an hour less for the journey; find the rate of the train.

Løsning

Hvis toget kører x miles pr. time, bruger det $\frac{60}{x}$ timer. Med en fart på $x + 10$ miles i timen tager rejsen $\frac{60}{x+10}$ timer. Altså er

$$\frac{60}{x+10} = \frac{60}{x} - \frac{1}{2}$$

Denne ligning er ensbetydende med $x^2 + 10x - 1200 = 0$, så $x = 30$ eller $x = -40$. Hastigheden var altså 30 miles i timen.

Værdien $x = -40$ kan benyttes til at ændre opgaven en smule. Tallet $x = 40$ er løsning til ligningen

$$\frac{60}{-x+10} = \frac{60}{-x} - \frac{1}{2} \quad \text{eller} \quad \frac{60}{x-10} = \frac{60}{x} + \frac{1}{2}$$

Denne ligning hører til følgende opgave:

Opgave 2

Et tog kører 60 miles med konstant fart. Hvis farten havde været 10 miles i timen mindre, ville rejsen have været en halv time mere. Bestem togets fart.

Svar: 40 miles i timen.

Opgave 3

En vandtank kan fyldes gennem en stor og en lille hane, der er åbne samtidig, på 15 minutter. Hvis den store hane alene var åben, ville fyldningen tage 16 minutter mindre end, hvis den lille hane alene var åben. Bestem den tid, som hver af hannerne alene ville være om at fylde tanken.

Løsning

Lad den store og den lille hane fylde tanken alene på henholdsvis x og $x + 16$ minutter. Hvis de er åbne samtidig, ville de pr. minut fylde en brøkdel af tanken på $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+16}$. Altså er

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15}$$

som er ensbetydende med $x^2 - 14x - 240 = 0$ med løsningerne $x = 24$ og $x = -10$. Altså fylder den store hane tanken på 24 minutter og den lille på 40 minutter.

Her er nogle flere opgaver til adspredelse og desuden som træning i at gennemskue sproglige formuleringer og deres forvandling til matematisk brugbar formeltekst. Desuden kan man undres over engelske måls mangfoldighed.

Opgave 4

Summen af to konsekutive hele tals kvadrater er 145. Find tallene.

Opgave 5

The length of a rectangular field exceeds its breadth by one yard, and the area is 3 acres. Find the length of the sides (1 acre = 43560 square feet, 1 yard = 3 feet, 1 foot = 30,48 cm).

Opgave 6

En mand rider 24 miles med konstant fart. Hvis han havde redet 2 miles i timen hurtigere, var han kommet en time hurtigere frem. Hvor hurtigt red han?

Opgave 7

Et godstog, hvis gennemsnitsfart er 15 miles i timen mindre end eksprestogets, bruger 2 timer længere på at tilbagelægge 180 miles. Hvad er hastigheden for hvert af togene?

Opgave 8

I bought a number of cricket balls for £3; if I had bought a cheaper sort costing 2s. apiece less, I should have had 15 more for the money; what did I pay for each? (I den tidligere engelske valuta indtil 1971 var 1£ = 20 shillings, 1 shilling = 12 pence, 12d.).

Opgave 9

Sixteen guineas is divided equally among a certain number of boys; if there were 8 boys fewer each would receive 9d. more; what was the number of boys? (1 guinea = 21s.)

Opgave 10

For £720 a man purchased some horses; 3 of them died, and he sold the remainder at £6 apiece more than he gave, thereby gaining 5 per cent on his outlay. How many horses did he buy?

Henvisning

H. S. Hall: *A School Algebra* (MacMillan & Co., 1914).