

CMU på vej mod år 3 – Hvad har vi lært, hvor vil vi hen?

HENRIK BANG OG CLAUS LARSEN, CMU

For noget mere end to års siden søsatte vi CMU – Center for Computerbaseret Matematik Undervisning. Baggrunden var et ønske om at bidrage til efteruddannelse af matematiklærere i gymnasiet og medvirke til at kvalitetssikre brugen af CAS i undervisningen. CMU er tilknyttet Institut for Matematiske Fag (MATH) på Københavns Universitet, der som afdeling af matematik elever og uddanner af matematiklærere er stærkt interesseret i og forpligtet på at kvalitetssikre gymnasiet matematikundervisning.

Vi havde ikke svar og anvisninger på rene hånd. Idéen var – og er, at det er lærerne selv, der skal være de primære udviklere af computerbrug i matematik og i fællesskab etablere brugbare standarder. Centeret er generøst støttet af Industriens Fond (IF), MATH og Undervisningsministeriet.

Tager man som gymnasielærer i matematik imod vores åbne invitation om at gennemføre et projekt, tilknyttes man en coach, der formidler kontakten til centeret. En CMU coach er desuden en sparingspartner på det projekt, den enkelte lærer udvikler og afprøver i egen undervisning. Gennem et fælles afrapporteringsformat sikrer vi muligheder for videndeling og dialog om projekterne. Coachen kan hjælpe både med idéudviklingen, med konkrete forslag til CAS-brug og med den afsluttende beskrivelse af projektet.

Vi havde en lidt vanskelig start pga. af efterdønninger fra OK 13, men i skoleåret 14 – 15 var der 15 projektdeltagere, og i år er der over 20. Vi har endvidere indledt samarbejde med Danske Science Gymnasier (DASG), hvor vi benytter en mere skolebaseret model for coaching af lærerteams. Dette afprøves på 6 skoler i år, og vi har planer om at fortsætte DASG-samarbejdet til næste skoleår sideløbende med vores udbud af individuelle CMU-forløb.

Perioden, hvor IF og MATH støtter CMU, er netop blevet forlænget til at dække skoleåret 16/17.

Kort sagt, CMU er i fuld gang og har lovende udsigter. Frygten er naturligvis, at de kommende års besparelser også vil ramme efteruddannelse – og ikke mindst, at de vil ramme vores form, der ikke tilbyder færdige ”løsninger” eller ”best practice”, men tværtimod indbyder til et fællesskab om udvikling og undersøgelse.

Denne artikel er – med afsæt i, hvad de første par års projekter har lært os – et forsøg på at se lidt fremad og forhåbentligvis inspirere til projektdeltagelse – i første omgang med henblik på næste skoleår. Vi håber, at vi også efter 2017 kan tilbyde projekter.

Det handler om matematik – og fagdidaktik

CMU projekter handler ikke snævert om brug af digitale værktøjer. De handler grundlæggende om frugtbart samspil mellem CAS programmer og matematisk kernefaglighed, dvs. om hvordan undervisningen tilrettelægges, så elevernes CAS-kompetencer og ikke-instrumenterede matematikkompetencer udvikles til ét samlet dybt og robust matematikberedskab.

Projekternes kerne udgøres af lærerens idéer, afprøvet i praktisk undervisning med efterfølgende erfaringsopsamling. Denne opsamling har til formål at perspektivere, hvad projektet har vist, og hvordan dette kan udnyttes fremover. Det handler om vurdering af brugbarhed og ikke om check af succeskriterier.

Et eksempel herpå er et projekt om at arbejde med at visualisere tretrinsmetoden til etablering af differentialkvotienter. Mange har sikkert prøvet det – det kan gøres i de fleste CAS-programmer, her var det i TI-Nspire. Idéen var at lade eleverne arbejde med sekanter og sekant-

hældninger, selv at finde frem til egen-skaber ved tangenten og herefter at forbinde det med tretrinsmetoden.

Gennem arbejdet fik læreren lejlighed til at udvikle sine egne kompetencer ift. til TI-Nspire, og der blev produceret flere ark, som eleverne kunne arbejde med. Sådan set fungerede det fint, men elevernes aktivitet gik lidt for hurtigt – de flyttede rundt på nogle skydere, så på graferne, men gik ikke egentlig i dybden med, hvad der foregik.

Eksemplet understreger nogle faldgruber, som er generelle for CAS – vi outsourcer en hel del af aktiviteterne til programmerne – måske nogle, der var tidskrævende og besværlige (eller måske umulige) uden CAS, men vi får ikke omvendt udviklet en elevaktivitet, hvor arbejdet med matematikindholdet hos eleverne er tilstrækkeligt. For en snæver betragtning er der altså tale om en ret begrænset succes. Men hvis erfaringen beskrives ud fra andre kriterier, er den særdeles brugbar ved konkret at understrege, at vi med CAS ikke kun skal fokusere på at lette elevernes tilgang til stoffet eller blot visualisere det: Der er behov for udviklingsarbejde, der dels kan sætte nye standarder og dels kan forholde sig til, hvad der er værd at bevare fra ikke-instrumenterede tilgange, og hvad der frugtbart kan outsources.

Nogle eksempler på overvejelser om outsourcing findes i statistisk simulering. Flere projekter har set på potentialet ved at blande en mere ’håndgribelig’ tilgang gennem elevernes egne stokastiske forsøg med en CAS-tilgang, hvor mulighederne for at håndtere data og at modellere statistisk udnyttes. Sådanne elevaktiviteter, eksempelvis produktion af serier ved konkrete terningekast, kan ved efterfølgende CAS-outsourcing sættes i et perspektiv, som langt tydeligere illustrerer idéen om en stokastisk fordeling. Omvendt bidrager de konkrete stokastiske eksperimenter til en forståelse for, hvad

simulering vha. af randomgeneratoren i CAS egentlig går ud på.

Simulering tilbyder således muligheder for dybere forståelse, men giver måske ikke så meget til de specifikke kompetencer, som afprøves i opgaver fx med henblik på eksamen.

Det kan man til gengæld få, hvis man bruger CAS til at generere opgaver til træning af bestemte rutiner, hvor de tilhørende specifikke kompetencer skal udøves som håndregning, eksempelvis manipulationer af ligninger. Der er forskellige muligheder for feedback på elevernes resultater, lidt afhængigt af CAS-plattformen: Eleverne kan regne efter i CAS-værktøjet, CAS-værktøjet kan give TRUE/FALSE svar eller give facit osv., og forløb kan tilrettelægges med progressioner mod tilsigtede læringsmål. Alt dette fordrer mange overvejelser om CAS-outsourcing.

På CMU's hjemmeside er der eksempler på ovenstående, og selvfølgelig meget mere, se cmu.math.ku.dk/projekter.

Det handler om udvikling – af lærere og fag

Meget af den praksis, vi ser i matematik i gymnasiet, er resultatet af tiltag, der kommer udefra. Det gælder ikke mindst den stipulerede opdeling i niveauer, den måde på hvilken niveauerne indgår i samspil med andre fag, samt eksamener og adgangskrav til videregående uddannelser. Det er vigtigt, at udviklingen med CAS-matematik ikke kun bliver en øvelse i at tilpasse sig nye vilkår. Man må som lærer selv kunne sætte kursen, dvs. have frihed til at vælge tilgange med og uden CAS, der passer til elever og emne, muligheder for at kunne få matematik i tværfagligt samspil, og plads til at have faglige ambitioner på elevernes (og egne) vegne. I CMU-projekterne betragter vi deltagerne som reflekterende praktikere. Dette betyder fokus på at igangsætte projekter, hvor man som lærer udvikler og under-

søger nye idéer med CAS i egen undervisning, udfører undervisningen og efterfølgende reflekterer over sine erfaringer med henblik på fremtidig praksis. Til at støtte deltagende lærere i dette arbejde har vi ansat coaches, der dels er sparingspartnere og dels kan hjælpe med konkrete problemer ift. til CAS løsninger. Vores coache er erfarne gymnasie-lærere med en palet af solide kompetencer inden for (fag)matematik, CAS, didaktik, kollegial udveksling og sparring. Vi har udviklet en ramme for projektarbejdet, så erfaringer kan dokumenteres og diskuteres. Med tiden bliver det forhåbentligt til en levende dialog, der er med til at sætte nye standarder og rykke grænser.

Projektdeltagerne har alle udtrykt glæde ved samarbejdet med coachene. At gennemføre et CMU projekt ser vi som en form for efteruddannelse, der både gør den enkelte lærer mere selvkørende og udvikler faget bredt til gavn for hele gymnasieskolen. Vores coach-model for efteruddannelse er unik i gymnasiesammenhæng og har vakt stor interesse både herhjemme og i udlandet.

I en tid, hvor ressourcerne i gymnasierne (og på universiteterne) bliver mindre, er det vigtigt at værne om efteruddannelse, der er en konkret måde at binde skolerne sammen på, og som forbinder gymnasierne med den udvikling, der er på videregående uddannelse.

Det handler om dialog og fælles erfaringsgrundlag om brug af CAS

CMU's projekter viser et stort behov for at afklare forbindelsen mellem CAS og matematik i forskellige læreprocesser.

Der er tale om en vekselvirkning – det kræver matematik at kunne bruge CAS (indsigtsfuldt), og omvendt udvider CAS det matematiske potentiale (betragtligt). Denne erkendelse indebærer, at valget af værktøj ikke er neutralt. I spektret fra at give eleverne en applikation såsom

trekantløseren, over færdige ark udarbejdet af læreren (eller taget fra andres udviklingsarbejde), til at give eleverne muligheder for selv at styre og tilpasse CAS-værktøjet er der mange konkrete hensyn, der skal tages. Ideelt set træffes valget naturligvis med henblik på, hvad der peger fremad mod videre læring, og på hvad der kan være meningsfuldt eller interessant i sig selv, men i et mere pragmatisk perspektiv indgår også, hvad der skal bruges til eksamener.

Eleverne skal ikke kun udvikle redskabskompetencer, men også ikke-instrumenterede kompetencer. De skal endvidere kunne redegøre for matematiske principper, der fx ligger bag opgaveløsninger. I traditionel matematikopfattelse er det ukontroversielt, at '*det rigtige svar*' ikke i sig selv er det centrale, men at metode, procedure og redegørelse er mindst lige så vigtige. Med de meget slagkraftige CAS-værktøjer, man har til rådighed, bliver det stadigt mere påtrængende at fastholde denne vægtning. At lade geometri og algebra spejle hinanden ved løsningen af trigonometriske opgaver eller at lave gode plots, der illustrerer tangenter eller integraler er eksempler, hvor det er muligt for eleverne med CAS at demonstrere matematisk kompetence ud over den simple løsning – til gengæld er den simple løsning i sig selv triviell.

Betegnelsen '*simuleret håndregning*' benyttes til at beskrive en praksis, hvor eleverne – med kontrolleret brug af simple CAS-manøvrer – gennemfører udregninger som emulerer '*klassisk håndregning*', og hvor CAS-værktøjet har en kort procedure for det samme. Det kan fx være isolering i en ligning i stedet for solve eller demonstration af integrering af sammensat funktion ved substitution i stedet for direkte kald af stamfunktion. Men hvordan skal en sådan praksis komme til udtryk i opgaveløsninger (med hjælpemidler)?

Sådan spørgsmål skal ikke henvises til isolerede individuelle afgørelser. På vo-

res seminarer er der meget stor interesse for at diskutere disse emner. I CMU betragter vi sådan dialog og erfaringsudveksling som helt afgørende for fremtidssikringen af dansk matematikuddannelse. En del af vores mission er at være et forum herfor.

CMU fremover

I de første års projekter har vores fokus i høj grad været coachprocessen og i det hele taget at få projekter i gang. I dette skoleår er der udvidet opmærksomhed på elevarbejdet. Vi har en del projekter, der omhandler samspillet mellem CAS og begreber, specielt funktionsbegrebet.

Vi har projekter med opbygning og eksperimentering med modeller. Vi har enkelte projekter med samfundsfag. Vi lægger fortsat megen vægt på elevarbejdet.

I forlængelse af allerede gennemførte projekter er det oplagt at foreslå emner som CAS og matematisk ræsonnement, CAS og mundtlighed og naturligvis hele det tværfaglige og anvendelsesorienterede aspekt.

Fremfor alt håber vi at kunne involvere flere.

Vores model er baseret på, at den enkelte skole stiller timer til rådighed for læ-

rerne, mens CMU stiller med coaches og årligt arrangerer et fælles afsluttende internat. Vores kapacitet er omkring 20 projekter pr. skoleår. Projekter kan være individuelle eller for teams af flere lærere fra den samme skole.

Fristen for tilmelding til næste skoleår er 15. april (med endelig bekræftelse i forbindelse med timefagfordeling). Er det noget for dig, så skriv til SCIENCE-MATH-CMU, cmu@math.ku.dk.

CMU er et konkret eksempel på, at et universitetsinstitut påtager sig et ansvar for at kvalitetssikre de gymnasiale uddannelser. Det er værd at bevare.