

# OPLEV ASTRONOMI I ÅRHUS

## STENO MUSEETS PLANETARIUM

Undervisningsforestillinger for gymnasier, skoler m.v. på bestilling.  
Forestillinger uden for normal åbningstid på bestilling.  
Lørdag og søndag kl. 12 og 14. 'Årstidens stjernehimmel'.

## FULDMÅNEAFTENER I PLANETARIET

kl. 20 og 21.30.

## OLE RØMER OBSERVATORIET

Oplev "den ægte vare" – stjernehimlen gennem kikkerter.  
Gratis forevisninger september til maj. Bestilling på 8715 5415.

[www.sciencemuseerne.dk](http://www.sciencemuseerne.dk)

## Forklaring af forklaringsgraden via variansanalyse

CHRISTIAN THYBO, lektor emeritus

Denne note bygger videre på Carl Winsløvs artikel *Fodgængerversion af lineær regression*, som stod at læse i LMFK-bladet nr.1/2015. Læseren forudsættes derfor at kende denne artikel og jeg vil bruge Winsløvs notation. Jeg har en fornemmelse af, at forklaringsgraden naturligt hører hjemme i den statistiske disciplin, som kaldes variansanalyse (til indføring heri kan fx konsulteres Sprent: *Statistics in Action*, Penguin Books(1977), Hoel: *Introduction to Mathematical Statistics*, Wiley(1947)). Men nu til sagen:

Winsløvs første formel for  $R^2$  forlænges med  $\frac{1}{n}$ . Dermed er

$$R^2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n ((ax_k + b) - \bar{y})^2}{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}$$

Her er nævneren  $V_y$  variansen af de målte værdier  $y_k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Men tælleren kan også opfattes som en varians, nemlig variansen på *modelværdierne*  $ax_k + b$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, n$ . Vi har nemlig  $\bar{y} = a\bar{x} + b = ax + b$ .

Lad os kalde tælleren  $V_{\text{model}}$ . Altså har vi  $\frac{V_{\text{model}}}{V_y} = R^2$  og dermed

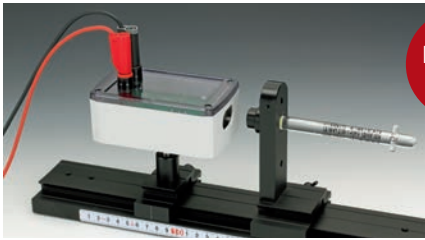
$$V_y - V_{\text{model}} = V_y - V_y R^2 = V_y (1 - R^2)$$

Det vises nu, at denne differens er lig med  $\frac{1}{n} S(a, b)$ .

Winsløvs formel for  $S(\alpha, \beta)$  ganget med  $\frac{1}{n}$  lyder

$$\frac{1}{n} S(\alpha, \beta) = D^2 + \frac{1}{n} A \left( \alpha - \frac{A}{B} \right)^2 + \frac{1}{n} \left( C - \frac{B^2}{A} \right)$$

# Nye Frederiksen produkter



**NYHED**  
818,-

## GNISTDETEKTOR til visualisering af alfapartikler

5121.10

- Alfastrålingen kan både ses og høres
- Tydelig demonstration af alfapartiklernes ionisering af luften
- Registrerer alfastråling fra radioaktive mineraler
- Åbner muligheden for nye og spændende forsøg i laboratoriet

Gnistdetektoren skal tilsluttes en højspændingsforsyning som f.eks. 3670.60. Normal driftsspænding ligger mellem 2 og 5 kV. Leveres med dansk vejledning.

## MIKROFON – både analog og digital

2486.00 Mikrofon ekskl. kabel

**NYHED**  
450,-

Denne nyudviklede mikrofon kan være en analog mikrofon eller en digital mikrofon – det er helt op til dig. Mikrofonen er næsten universel. Alt efter hvilket kabel (købes separat) du tilslutter kan den f.eks. bruges med:

- 2002.50 Tæller
- 2002.60 Elektronisk stopur
- 2515.60 Batteriboks
- PS-2159 Pasco digital adapter.

Lav f.eks. eksperimenterne:

- Lydens hastighed
- Studie af musikinstrumenters toner og overtoner

Tilbehør - eksempler:

- Analog mikrofon: Kabel 2486.01 med 6-polet DIN-stik... 135,00
- Digital mikrofon: Kabel 5125.60 med Jack-stik..... 68,00
- 0004.10 Stubformet fod..... 158,00



**Frederiksen**<sup>®</sup>

A/S Søren Frederiksen, Ølgod Tlf. 7524 4966 info@frederiksen.eu  
Viaduktvej 35 · 6870 Ølgod Fax 7524 6282 www.frederiksen.eu

Afd. Aarhus: Samsøvej 21  
8382 Hinnerup

og denne størrelse er mindst, når  $a = \frac{B}{A}$  indsættes for  $\alpha$  og  $b = \bar{y} - a\bar{x}$  for  $\beta$ .

Herved bliver (studer Winsløv!)  $D = 0$  og det andet led ligeledes lig med 0, så vi står tilbage med

$$\frac{1}{n}S(a, b) = \frac{1}{n} \left( C - \frac{B^2}{A} \right) = \frac{1}{n} C \left( 1 - \frac{B^2}{AC} \right) = V_y (1 - R^2)$$

idet, stadig ifølge Winsløw,

$$R^2 = \frac{B^2}{AC} \quad \text{og} \quad \frac{1}{n}C = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n w_k^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2 = V_y$$

Hermed har vi sammenhængen

$$V_y = \frac{1}{n}S(a, b) + V_{\text{model}} \quad \text{eller} \quad \frac{\frac{1}{n}S(a, b)}{V_y} + \frac{V_{\text{model}}}{V_y} = 1$$

Dette er den grundlæggende ligning.

Det første led betragtes som "støj", det andet som den del af den samlede varians, som modellen "forklarer", altså *forklaringsgraden*  $R^2$ . Det er denne ligning, som knytter regressionsanalyse sammen med variansanalyse, og det er dér,  $R^2$  naturligt hører hjemme.

Den historiske udredning af  $R$  og af  $R^2$  vil jeg overlade til andre. Mon ikke R. A. Fisher har en finger med i spillet mht. forklaringsgraden og F. Galton mht. korrelationskoefficienten. De to størrelser er nok opstået i forskellige begrebsmæssige landskaber, og det kunne være interessant at vide, hvor meget disse oprindeligt har at gøre med den bedste rette linje.

Lektor Flemming Pedersen har omsat manuskriptet til den ønskede elektroniske form. Jeg er ham stor tak skyldig. Alle fejl og mangler er naturligvis mit ansvar.