Rundt om Fermat

Jens Juhl Jensen, fhv. lektor i lingvistik, Københavns Universitet

Die Wahrheit ist konkret

Ved et pythagoræisk talsæt forstås i det følgende tre hele, positive tal således beskafne, at $x^n + y^n = z^n$ samt $n > 2$. Det kan også skrives som $(x^n + 10p) + (y^n + 10p) = z^n + 10q$ for $p = q = 0$. Vilkårligt fastsættes at $x < y$, og $p < q$ for alle positive værdier af p og q. Kendes værdien af n og endetallene for x og y, kan endetallet for z fastslås ud fra denne tabel:

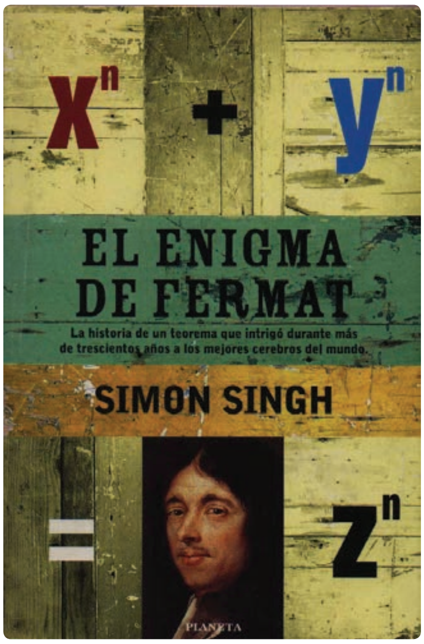
1.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1
3.	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9
4.	0	1	6	1	6	5	6	1	6	1
5.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Endetallene optræder i cykluser baseret på antallet 4. Det ses af tabellen at fire tal er stabile mht. endetal: 0, 1, 5, 6. De andre har variable slutcifre. Udfra følgende udtryk kan der opstilles en kortlægning af fx en konstellation bestående af de to stabile endetal 5 og 6:
$5^3 + 6^3 < 21^3$, der kan genskrives som $(5 + 10p)^3 + (6 + 10p)^3 < (21 + 10q)^3$ for $p = 0$ og $q = 0$. Øges værdierne af p og q med 1, er resultatet $15^3 + 16^3 < 31^3$. Ganger man med 31, bliver resultatet $31(15^3 + 16^3) < 31^4$, hvoraf følger at $15^4 + 16^4 < 31^4$. Deraf følger så igen, at ingen konstellation af to tal med endetallene 5 og 6 kan indgå i et pythagoræisk talsæt.

Den samme argumentation kan anvendes på tre andre konstellationer af uforanderlige endetal: 0 og 1; 1 og 5; 5 og 6. De øvrige mulige konstellationer er kommensurable og kan derfor reduceres ved division med den fælles faktor. Mere abstrakt kan relationen udtrykkes sådan: Hvis $x^n + y^n < z^n$, så $z \cdot (x^n + y^n) < z^{n+1}$, og derfor $x^{n+1} + y^{n+1} < z^{n+1}$. Denne operation kan fortsættes i det uendelige.

At beskrive endetal er det samme som at foretage en regning modulo 10. Begrebet modulo stammer fra Gauss 1801 og vil derfor være anakronistisk i en omtale af Fermats sidste sætning. I øvrigt er glosen endeciffer mere præcis end endetal fordi et endetal kan være flercifret. Når der her bruges begge gloser er åsagen rent æstetisk: *variatio delectat*, forandring afveksler som bekendt.

De øvrige tænkelige muligheder for pythagoræiske talsæt består af sådanne, hvoraf mindst det ene har et variabelt endetal. Den mindste mulighed er $10^3 + 13^3 < 23^3$. Udfra samme argumentation som ovenfor kan det fastslås, at der ikke findes pythagoræiske talsæt involverende endecifrene 0 og 3. Næste trin er $10^3 + 17^3 < 23^3$. Der findes altså heller ingen talsæt involverende finalt 0 og 7. På samme måde med 0 og 9: $10^3 + 19^3 < 29^3$. Kort sagt: der findes intet talsæt med finalt 0.



Samme analyse kan anvendes på tilfældet $11^3 + 12^3 < 19^3$. Og på $11^3 + 13^3 < 19^3$. Samt på $11^3 + 13^3 < 22^3$. Endvidere: $11^3 + 14^3 < 29^3$; $11^3 + 15^3 < 26^3$; $11^3 + 17^3 < 22^3$; $11^3 + 18^3 < 29^3$.

Konklusion: Intet pythagoræisk talsæt inkluderer finalt 1. En detaljeret gennemgang af de øvrige mulige konstellationer har vist, at der ikke findes pythagoræiske talsæt involverende endecifrene 0 … 9. Der findes altså intet talsæt for $n > 2$.

Som bekendt lykkedes det for en snes år siden engelsk–amerikaneren *Andrew Wiles* at bevise, at Fermats påstand var korrekt. Hans artikel ligger på nettet og fylder mere end 100 sider inklusive en meget stor litteraturliste. Men den besvarer ikke det videnskabshistoriske væsentlige spørgsmål om Fermat overhovedet var i stand til at bevise sin påstand, for den bygger i høj grad på erkendelser, der først er blevet nået i nyere tid. Nærværende artikel er et forsøg på at demonstrere, at det kunne han sagtens have været.