π med tre spillekort

ALLAN TARP, VUC Aarhus

Tre spillekort på langs har længden b. De to øverste kort drejes 90 grader og anbringes så de tre korts nederste venstre hjørner er sammenfaldende. Det øverste kort forskydes mod højre indtil det dækker det nederste kort. De to øverste kort danner nu et kvadrat med sidelængde b og diagonal d.

Dette kvadrat kan indskrives i en cirkel med centrum i diagonalernes skæringspunkt og med diagonalen som diameter. Opdelt i 4 ens (røde) ligebenede trekanter, kan disses ydersider betragtes som en første approksimation A_1 til cirklens omkreds. Ydersiderne kan beregnes ved at halvere centervinklerne:

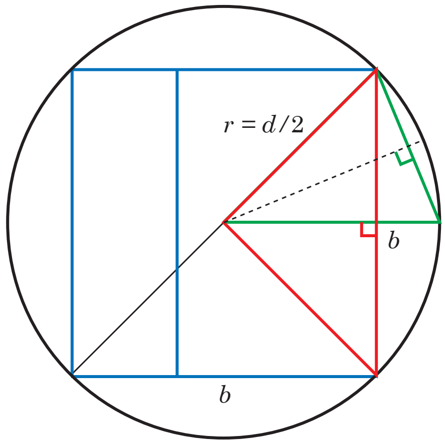
$$A_1 = 4 \cdot 2 \cdot d/2 \cdot \sin(360/4/2) = d \cdot 4 \cdot \sin(180/4)$$

Næste approksimation A_2 fås som ydersiderne på de 8 (grønne) ligebenede trekanter, som fremkommer ved at halvere centervinklerne og beholde radius r som inderside:

$$A_2 = 8 \cdot 2 \cdot (d/2) \cdot \sin(180/4/2) = d \cdot 8 \cdot \sin(180/8)$$

Fortsættes på denne måde, vil approksimationen $A_n = d \cdot n \cdot \sin(180/n)$ nærme sig mere og mere til cirklens omkreds, der så kan skrives som $d \cdot \pi$, hvor $\pi = n \cdot \sin(180/n)$ for n tilpas stor:

n	100	1000	10000	tabelværdi
$n \cdot \sin(180/n)$	3,141076	3,141587	3,141593	3,141593…



Produktregler med to-fire spillekort

ALLAN TARP, VUC Aarhus

Et spillekort med bredde a og højde b har arealet $a \cdot b$.

A. Kort 1 anbringes på langs og kort 2 ovenpå på højkant med de nederste venstre hjørner på samme sted. Herved dannes et kvadrat i øverste højre hjørne med arealet $(a - b)^2$, som fremkommer ved fra arealet a^2 at fjerne to kort og tillægge b^2, da dette areal er fjernet to gange, dvs.

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$$

Kort 1 opdeler kort 2 i en øverste del med arealet $(a - b) \cdot a$ og en nederste del med arealet b^2, dvs.

$$(a - b) \cdot b = a \cdot b - b^2$$

B. Kort 2 forskydes lodret op til det forlader kort 1. Kort 2 vil da opdele kort 1 i to dele, hvor den venstre del med arealet b^2 sammen med kort 2 dækker et areal på $(a + b) \cdot b$, dvs.

$$(a + b) \cdot b = a \cdot b + b^2$$

C. Kort 3 anbringes på langs oven på kort 2 med de øverste venstre hjørner på samme sted. Kort 2 opdeler kort 1 og kort 3 i to dele, hvor de højre dele indgår i et rektangel med arealet $(a + b) \cdot (a - b)$, og hvor kort 1's andel og den synlige del af kort 2 begge har arealet $(a - b) \cdot b$. Det bøjede areal er da forskellen på a^2 og b^2, dvs.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

D. Kort 3 forskydes mod højre og suppleres med kort 4 på højkant til en kvadrat med sidelængden $a + b$, som foruden kort 3 og kort 4 dækker et areal til venstre på a^2 nederst og b^2 øverst, dvs.

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$$