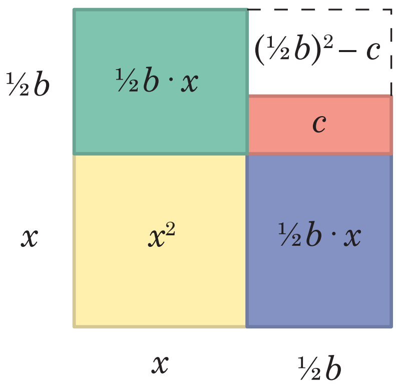
# Andengradsligningen løst med tre spillekort

Allan Tarp, VUC Aarhus

Ligningen $x + 2 = 8$ spørger: *Hvilket tal vil plusset med 2 give 8?* Svaret er tallet $x = 8 – 2$, som netop pr. definition er det tal, der plusset med 2 giver 8. Tilsvarende viser definitionerne, at tallet $x = 8/2$ er løsning til ligningen $x \cdot 2 = 8$, og at tallene $x = \pm\sqrt{8}$ er løsninger til ligningen $x^2 = 8$. Vi ser, at en ligning løses ved at flytte et tal til modsat side med modsat regnetegn.

Andengradsligningen $x^2 + 6x + 5 = 0$ indeholder to $x$'er, og skal derfor omskrives, så der kun er ét $x$.

Vi løser først den generelle bogstavligning $x^2 + b \cdot x + c = 0$ med tre spillekort, som har bredden $x$ og højden $x + ½\,b$. De første to kort anbringes på langs med det øverste forskudt en smule nedad. Det tredje kort drejes en kvart omgang og anbringes oven på det øverste kort, så deres nederste venstre hjørner er fælles.




Det store kvadrat $(x + ½\,b)^2$ indeholder da to rektangler med et samlet areal på $b \cdot x$. Dertil et venstre kvadrat $x^2$ og et højre kvadrat $(½\,b)^2$, som er opdelt i to arealer: $c$ nederst, og $(½\,b)^2 – c$ øverst.

Da $x^2 + b \cdot x + c = 0$ kan disse fjernes, så det store kvadrat er lig med den øverste del af det højre kvadrat:

$$(x + ½\,b)^2 = (½\,b)^2 – c$$

Hvis $c$ er mindre end $(½\,b)^2$, kan det ubekendte tal $x$ nu findes med to overflytninger:

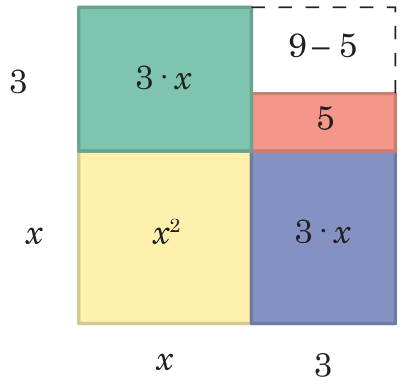
$$x + ½\,b = \pm\sqrt{((½\,b)^2 - c)}$$

$$x = –b/2 \pm \sqrt{((½\,b)^2 - c)}$$

Eller, som professor Brøndsted fra København skal have formuleret det:

*'Den halve folder først skal stå,*
*med tegn modsat.*
*Den øges eller mindskes så,*
*med rod af dens kvadrat,*
*hvorfra det sidste led skal gå.'*

Andengradsligningen $x^2 + 6x + 5 = 0$ løses så ved at skrive $x$ og $6/2 = 3$ på det store kvadrats sider:




$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 9 – 5 = 4$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$x = –3 + 2 = –1 \text{ og } x = –3 – 2 = –5$$

Geometrisk findes de to løsninger med modsat fortegn som skæringspunkterne mellem $x$–aksen og cirklen med linjestykket fra (0, 1) til (6, 5) som diameter: