

LMFK-årsmødet og matematik B i flodbilledets tegn

OLE ANDERSEN, Risskov Gymnasium

I sidste nummer af LMFK-bladet præsenterede jeg en lille model for, hvorledes man arbejder med matematik med titlen "værktøjskassen". Den giver i mange tilfælde et ganske udmærket billede af, hvorledes man lærer og arbejder med matematik, men der mangler noget, hvis man skal have et mere komplet billede. Som omtalt i artiklen er det ikke nok med disse "værktøjer". Der skal også være sammenhæng imellem disse værktøjer, og hvad det nærmere består i, vil jeg uddybe i denne artikel.

Lad os starte med et postulat, som lyder således: *Man handler på baggrund af en forestilling.* Et eksempel er følgende: En morgen var jeg på vej ud af døren med mine to drenge, som på daværende tidspunkt var to og seks år. Udenfor fandt jeg den store drengs madkasse fra dagen før og tømte straks indholdet i skraldespanden. Han kiggede noget fortørnet på mig, hvilket jeg ikke helt forstod, indtil det gik op for mig, at han troede, at jeg smed hans nye madpakke ud. Vi havde altså hver sin forestilling om den madpakke, som jeg smed ud, og derfor reagerede vi også vidt forskelligt.

Hvor kommer de så fra disse forestillinger? Her vil de fleste nok svare omstændighed, forhistorie og mere personlige holdninger og præferencer osv. Men jeg tror slet ikke, det er interessant at søge dette svar. Det er nok blot at konstatere, at de er der. Og det er selvstændige enheder, som nærmest lever deres eget liv. Man skal ikke indtænke overordnede størrelser såsom fornuft, rationalitet, bevidsthed og hvad man ellers kunne finde på af generelle karakteristika om mennesket. Der er kun disse forestillinger.

Interessant nok kan sådanne forestillinger spredes til andre. I vore dage med hurtig kommunikation er der masser af gode eksempler på dette. Dog er det ikke så tit, at man kan afdække baggrund og oprindelse. Men lige i disse dage fandt jeg et fantastisk eksempel i dagspressen. Tirsdag

den 10. december var der en mindehøjtidelighed for Nelson Mandela, hvor Helle Thorning og Barak Obama sad ved siden af hinanden. Her tog Helle Thorning med sin mobil en såkaldt "selfie" med Barack Obama og David Cameron ved hver sin side, og situationen blev forevigt af en fotograf fra nyhedsbureauet AFP. Det gav anledning til en vældig opmærksomhed på nettet: jyllands-posten.dk/indland/ECE6328130/det-mener-laeser.

Interessant nok udviklede kommentarerne sig, så fotografen efterhånden folte sig foranlediget til at kommentere på billedet og den sammenhæng, som det er taget i: jyllands-posten.dk/international/ECE6327776/her-er-historien-bag-thornings-selfie og blogs.afp.com/correspondent/?post/Selfie.

Her har vi altså både vandrehistorierne og så en sober fremstilling af den oprindelige situation. Eksempelvis får man en god historie ud af Michelles Obamas mutte udtryk på billedet, hvilket ifølge fotografen er en fuldstændig fejlfortolkning.

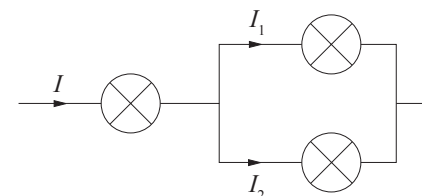
Noget tilsvarende kan vi faktisk også finde i vores egen verden. Til LMFK årsmødet hørte jeg Lars Brian Kroghs oplæg om *Inquiry based science education (IBSE)*. Det var indirekte en kritik af den måde, vi laver forsøg på i gymnasiet. Vi skulle lave mere undersøgende eksperimenter. Som et eksempel henviste Lars Krogh til forsøg med frit fald. I stedet for en øvelsesvejledning, hvor der står, hvad man eksplicit skal gøre, kan man stille spørgsmål som fx *Hvor meget længere bliver faldlængden, når tiden fordobles?* Selv stod jeg fuldstændigt af, da meldingen om eksperimentelt arbejde lød: *Kun 0,4% bruges på begrebslig argumentation og diskussion.*

Selv stiller jeg nemlig sjældent krav om argumentation eller diskussion i forbindelse med eksperimenter. I stedet søger jeg med eksperimenterne at understøtte de begreber og de teorier, som vi så

nøjsommeligt forsøger at lære eleverne jævnfør "værktøjskassen". Begrebslig argumentation og diskussion forudsætter, at eleven i forvejen har en vis grad af forståelse for emnet.

Lad mig her give et eksempel på, hvor svært det er for elever selv at konkludere. I forbindelse med ellære lader jeg tit eleverne måle strømstyrken før og efter en pære. Alle hold skriver deres resultater op på tavlen. Alligevel har en hel klasse svært ved at se, at strømstyrken før og efter pæren er den samme. Selv i et sådant simpelt tilfælde har eleverne svært ved at konkludere.

Et af problemerne er, at man ikke altid får samme værdi for strømstyrken før og efter pæren pga. måleusikkerhed. Men forsøget lægger op til en god snak om strømstyrke og måleusikkerhed. Og så er de forberedte til næste forsøg, hvor de skal måle strømstyrken før en forgrening mellem to glødepærer og måle strømstyrken gennem hver pære:



Nu er de inde i tankegangen og har nu langt nemmere ved selv at få hold på resultaterne.

Det er i mine øjne interessant, at en forestilling om eksperimenter i fysik som IBSE kan få så stor udbredelse. Hvorfor arbejder så mange forskere med IBSE, og hvorfor ydes der en sådan massiv økonomisk støtte til IBSE. I mine øjne bliver bidraget til fysikundervisningen i den danske gymnasieskole sikkert kun nogle ideer til at tviste allerede kendte forsøg lidt anderledes.

Efter disse to eksempler kan det ikke undre nogen, at man kan genfinde de sam-

me forestillinger hos mange personer. Her kan vi allerede inddrage et andet oplæg fra LMFK-årsmødet, nemlig Ove Poulsen, der holdt et oplæg om ungdomsuddannelserne i Danmark. Lidt en øjenåbner for mig og sikkert også for andre. Vi kender alle problemstillingen med et gymnasium med succes og erhvervsuddannelserne med problemer. Mange peger på de manglende praktikpladser som problemer, men måske dækker problemstillingen over mere grundlæggende problemer med denne skarpe opdeling imellem en teoretisk boglig uddannelse som gymnasieskolen, og så de mere praktisk orienterede erhvervsskoler.

Ove Poulsen efterlyste simpelthen en større respekt og sammensmeltning af erhvervsuddannelser og de mere teoretiske ungdomsuddannelser. Ove Poulsen formulerede sig mere provokerende, end jeg her er i stand til. Eksempelvis mente han, at vi gymnasielærere er alt for stærke i troen på gymnasiet og dets lyksaligheder i form af den klassiske dannelse osv., også så stærke, at vi slet ikke har blik for behovet for forandring. Og det lykkedes. Vi er faktisk så gode til at tiltrække elever, så det er med til at skævvride hele uddannelsessystemet.

Så her har vi altså en gruppe mennesker der handler efter en fælles forestilling, nemlig forestillingen om at det er bedst, at så mange som muligt får en traditionel gymnasial uddannelse. Desværre er det så en forestilling, som ifølge Ove Poulsen er ude af trit med virkeligheden derude i samfundet. Men alligevel handler vi derefter så det nærmest får ødelæggende konsekvenser for samfundet.

Selv finder jeg det lidt svært at forstå, hvorledes en forestilling kan blive så rodfæstet, at man ikke selv er bevidst om indholdet, men alligevel handler derefter. Måske bliver det lidt lettere at forstå, hvis man kobler lidt mere teori på. Her vil jeg nemlig vende tilbage til den sene Wittgenstein, som jeg også omtalte

i sidste artikel. Wittgenstein sammenligner nemlig udviklingen i sproget med en flodbred. I midten af floden er der uansteligt forandringer og krusninger på overfladen. I modsætning hertil er flodbredens tilsyneladende uden forandring, men også her er der forandring, men her taler vi blot om en længere tidshorizont. Nogle udtryk og formuleringer forandrer sig meget hurtigt, hvorimod andre dele af sproget forandrer sig meget langsomt. På samme måde med forestillinger. Nogle forestillinger dannes og forandrer sig hurtigt. Eksempelvis når mennesker mødes, opstår tit helt uventede formuleringer og ord. Men på den lange bane sker der også forandringer, selvom de sker nærmest umærkeligt. De hurtige er vi ofte bevidste om, hvorimod de mere grundlæggende forestillinger ofte er ubevidste, jævnfør ”isbjerget” fra artiklen fra sidste nummer af LMFK-bladet.

Men så gik jeg til foredraget om matematikvejledning og dyskalkuli på Horsens Statsskole. Først udsættes alle elever for en test, endnu en test og så en udredning. De udvalgte elever får så tilbudt en kompenserende undervisning. Interessant nok foregår denne undervisning parallelt med den almindelige matematikundervisning. Og hvad laver man så? Ja, eksempelvis løses simple ligninger vha. centikubes. Man tager en ligning som fx $x + 5 = 8$ og lægger en klods for x og klodser for tallene. Ved at flytte rundt på klodserne kan man nu isolere x . Mere generelt bruger man en grafisk eller en billedlig fremstilling for eleverne, og det hjælper faktisk en del. Som hjælper i disse timer har man nogle tidligere folkeskolelærere. I folkeskolen har man en større tradition for en sådan tilgang, end man har i gymnasiet, så det er jo fornuftigt nok.

Men hvis en sådan tilgang virker på få, hvorfor så ikke benytte den til mange. Grafiske eller billedlige fremstillinger virker i mange tilfælde befordrende for en god og effektiv indlæring. Men måske er disse få elever, som i Horsens får spe-

cialundervisning, blot toppen af et større isbjerg af elever, som mangler træning af helt grundlæggende færdigheder og en forståelse. I hvert fald har vi i matematik stadig et problem med at håndtere matematiksvage elever specielt på B-niveau.

Man skal absolut ikke underkende den grundlæggende viden og kunnen, som i mange tilfælde er udtalt. I hvert fald på det matematiske niveau, som vi her bevæger os på. Jeg blev opmærksom på den side af sagen for nogle år siden, da jeg lige havde startet en 1g op i matematik C. Vi regnede i hånden og regnede mange små og nemme opgaver. Efter ca. 1 måned fik vi en ny elev i klassen, som ellers var god til matematik, men han kom aldrig rigtigt med – kunne bare misundeligt sidde og se på, hvad de andre kunne. Jeg tror simpelthen, at han manglede alt det, de andre lærte den første måned. Nu gjorde det heller ikke nemmere, at han insisterede på at skrive på computer i modsætning til de andre på holdet, så han kunne heller ikke direkte efterligne de andre. Det samme kunne man sikkert opleve, hvis en håndregner kom ind i en CAS klasse. Pointen er i begge tilfælde, at man misser en fælles kultur og et fælles håndværk, som ikke umiddelbart kan meddeles andre. Det er svært at komme uden om, at matematik på dette niveau minder meget om et håndværk, som skal læres ved at gøre det.

Konklusionen ligger derfor lige for: For at forstå og beherske matematik skal der opbygges et flodleje uden for mange klippefremspring, indsnævring og dæmninger. Eller for at sige det samme uden at tale i metaforer, så skal der opbygges en sammenhæng mellem forståelse og handlemønstre, der gør eleverne i stand til at beherske den aktuelle matematik. Desværre kan der ikke anvendes direkte metoder til at lære dem dette. Dette ligger ligesom i grundlaget for denne læringsteori. Der er simpelthen ingen kongevej til matematikken, som allerede Euklid indså.

Men det er sværere end som så at give eleverne denne sammenhæng. Men fra fysik har jeg et eksempel, som illustrerer problemstillingen ganske udmærket. I mange år gjorde jeg ikke noget væsen ud af at introducere symboler, men det er jeg begyndt med. Brugen af symboler dukker op i det øjeblik, man introducerer en fysisk formel, som fx $F_{\text{tyngdekraft}} = \text{masse} \cdot \text{tyngdeacceleration}$.

I forlængelse heraf får vi en snak om ligninger og om, at det er temmelig besværligt altid at skrive denne ligning fuldt ud. Det bliver simpelthen for besværligt og langsommeligt i længden. Det gider vi ikke. Derfor erstattes de lange ord med kortere symboler, som typisk er det første bogstav i den fysiske størrelse. Men da vi vil benytte samme symboler, som i andre lande, benyttes ofte det første bogstav i den engelske betegnelse. På den måde får man: $F_{\text{ty}} = m \cdot g$. Dermed har jeg givet eleverne en historie, så de får en sammenhæng imellem de symboler, som vi anvender i fysik. Det hjælper dem til at få opbygget en sammenhængende flodbred. Ellers fremstår de anvendte symboler blot som bogstaver, som falder ned fra himlen. Symbolerne bliver på den måde blot vandhuller for eleverne.

Man skal absolut ikke underkende værdien af en sådan lille historie. Det gør undervisningen betydeligt sjovere og nemmere for eleverne. Desuden bliver det sjovere for mig at undervise i fysik. Eksempelvis kan eleverne selv foreslå symboler senere i fysikforløbet for andre fysiske størrelse som fx tryk, hastighed og acceleration.

Nu har jeg så præsenteret værktøjskassen, isbjerget og flodbilledet. Og hvorfor

er det så interessant? Jo, intensionen er at præsentere en læringsteori, der er anvendelig i matematik. Selvfølgelig har man en række læringsteorier til rådighed, som fx konstruktivisme etc. Men anvendeligheden er i mine øjne ikke ret stor. De er simpelthen mere til skade end til gavn, thi de bygger alle på den forudsætning, at der findes nogle få grundsætninger om, hvordan mennesket lærer. Og det er temmelig problematisk, fordi der findes folk derude, uden den store fornemmelse for pædagogik og didaktik, men desværre med stor indflydelse, og som tager hele denne tankegang, der ligger bag den traditionelle pædagogik, for pålydende. Her tænker jeg fx på gymnasireformen, hvis pædagogiske grundlag absolut ikke er til gavn for matematik og naturvidenskab i det hele taget. Jeg tænker fx her på reformens fokusering på metoder og kompetancer. Kompetancer er tænkt som et redskab til tværfagligt arbejde. Ikke fordi jeg har noget imod tværfagligt arbejde, men man går for vidt, når man tror, at alle fag didaktisk kan behandles over en kam. Det er her, kæden hopper af.

Men selv os udøvende matematikere har jo heller ikke den store fornemmelse for, hvad vi selv går og laver. Et eksempel er indførelsen af CAS, som mere er et eksempel på en hund i et spil kejler, end en velovervejet indførelse af ny teknologi, som omtalt i artiklen i sidste nummer af LMFK-bladet. Vi aner simpelthen ikke selv, hvad det er vi går og gør. Og det er ikke fordi matematikere er mere uvidende, end andre.

Et andet aspekt ved denne læringsteori er, at der ikke er et fast forhold mellem subjekt og objekt. To gode eksempler er

de to oplæg fra LMFK-årsmødet. Jeg udlægger Ove Poulsens foredrag som ikke direkte objektivt, men i hvert fald et oplæg, som ikke er uden interesse. Her er der tale om en vis grad af objektivitet. Helt anderledes ser jeg på IBSE, som mere er et udtryk for nogle forskeres holdninger, end de er et udtryk for et reelt didaktisk problem. Rent subjektivt og stort set uden praktisk relevans i den daglige undervisning.

Altså to eksempler med hver sit forhold mellem subjekt og objekt. Dette er i skærende kontrast til alt anden filosofi og læringsteorier. De bygger alle uden undtagelse på et bestemt forhold mellem subjekt og objekt.

Faktisk har dette særdeles stor praktisk betydning. Eksempelvis har alle de traditionelle læringsteorier travlt med at præsentere undervisningsformer og demonstrerer praktiske forløb. Det lægger jeg ikke så stor vægt på. Værktøjskassen og flodbilledet er ikke redskaber til at lave en generel sortering mellem undervisningsformer. Tværtimod er det redskaber til at udtale sig om didaktiske problemstillinger i konkrete tilfælde. Og her kan man selvfølgelig vurdere forkert, og det er ikke på grund af denne læringsteori. Det er simpelthen en del af teorien. Kommer I fx og overværer min undervisning, vil I helt sikkert på en række punkter tage jer til hovedet og sige "Herre jemini". Men hvis man deraf slutter, at dermed er denne læringsteori uanvendelig, så laver man en fejlslutning. Bøffen skal i givet fald findes et andet sted, nemlig i min udlægning og handlen i den konkrete undervisningssituation.