

# Huslejeregulering for Matematikere

NIELS JUUL MUNCH, Midtjællands Gymnasium

Indtil for et par år siden boede jeg i en lejet lejlighed og betalte husleje. For at være helt præcis, så betalte jeg  $L$  kroner om året til en velkendt og respekteret pensionskasse, som ejede den pågældende bygning.

Denne husleje blev med mellemrum 'reguleret'. Faktisk ankom der visse år flere breve til adressen med hver sin besked om, at der nu igen var sket en regulering. Jeg havde tidligt fået øje på ordet "nettoprisindeks" i et af brevene, så jeg gik ud fra, at der foregik en samvittighedsfuld regulering af huslejen efter dette indeks. Min forventning var eksempelvis, at jeg efter  $t$  år med en stigning i nettoprisindekset på  $100r\%$  hvert år kunne se frem til, at min nuværende husleje på  $L$  (kroner) ville være blevet gradvist øget til

$$L_t = (1 + r)^t \cdot L \quad (1)$$

kroner, og jeg oplevede ikke dette som skræmmende.

Imidlertid kom jeg på et tidspunkt til at kigge nærmere på disse breve og fandt en lidt mere sammensat virkelighed. Det viste sig, at huslejen  $L$  skal opfattes som bestående af to dele

$$L = S + F \quad (2)$$

hvor  $S$  står for "skatter og afgifter", medens  $F$  er den resterende, ikke-specificerede del af huslejen. Jeg har her valgt symbolet  $F$  med tanke på ordet "forrentning".

Reguleringen af huslejen sker ved anvendelse af to regler: Første regel er, at hver gang der foreligger et nyt nettoprisindeks med en stigning på  $100r\%$  i forhold til forrige indeks, bliver  $L$  ændret til den nye værdi  $(1 + r) \cdot L$ . Anden regel er, at hver gang posten "skatter og afgifter" er steget med det konkrete kronebeløb  $\delta S$ , bliver  $L$  ændret til den nye værdi  $L + \delta S$  og  $S$  bliver tilsvarende opdateret til  $S + \delta S$ . Forholdet mellem  $S$  og  $F$  var i det aktuelle tilfælde cirka 1:10, således at "skatter og afgifter" udgjorde cirka en tiendedel af den totale leje.

Erkendelsen af, at reguleringen sker som beskrevet, vakte min nysgerrighed. Særligt ville jeg gerne finde ud af, hvordan min fremtidige huslejeudvikling kunne tænkes at blive sammenlignet med min naive forventning beskrevet ved Ligning 1. For en sådan analyse lad  $R_t$  være den reelle husleje efter  $t$  år, som den fremkommer ved anvendelse af de to nævnte regler og med startværdierne  $S_0 = S$ ,  $F_0 = F$  og  $R_0 = L$ . Antag for en enkelheds skyld, at både nettoprisindekset og posten "skatter og

afgifter" alle år stiger med  $100r\%$ . I en kontinuert model kan vi approksimativt modellere udviklingen af  $S_t$  ved

$$S_0 = S \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} S_t = r S_t \quad (4)$$

med det naturlige indledende mellem-resultat  $S_t = e^{rt} S$ . For  $R_t$  bliver den tilsvarende model

$$R_0 = L \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} R_t = \frac{d}{dt} S_t + r R_t \quad (6)$$

Ligning 6 kan umiddelbart omskrives til

$$\frac{d}{dt} R_t = r e^{rt} S + r R_t \quad (7)$$

som ses at have løsningen

$$R_t = r t e^{rt} S + e^{rt} L \quad (8)$$

I forhold til den naive forventning  $L_t = (1 + r)^t \cdot L$ , som approksimativt er det samme som  $L_t = e^{rt} L$ , optræder der et ekstra led i  $R_t$ . Forskellen på  $L_t$  og  $R_t$  træder tydeligt frem, hvis man omorganiserer Ligning 8 til

$$\frac{R_t}{L_t} = r t \frac{S}{L} + 1 \quad (9)$$

Det ses, at den virkelige fremtidige husleje  $R_t$  indeholder først én kopi af  $L_t$ , svarende til 1-tallet på højre side, samt derefter overskydende  $r t \frac{S}{L}$  kopier af  $L_t$ .

I mit tilfælde, hvor brøken  $S/L$  var cirka 1/10, vil det sige, at udlejer efter 10 år har opnået en årlig gevinst svarende til én ekstra regulering af hele lejen med  $100r\%$ . For lange tidsperioder eller for høje rentesatser kan effekten, som er proportional med  $r t$ , blive betydelig. Det er bemærkelsesværdigt, at metoden, bestemt ved de to regler, ikke indebærer nogen åbent markeret særbehandling af de løbende skatter og afgifter  $S_t$ . Ikke mindst da den særlige gevinst  $r t e^{rt} S$  akkumuleres i 'rest-huslejen'  $F_t$  og efter tilstrækkelig tid vil komme til at udgøre den altdominerende del af den opkrævede husleje  $R_t$ .

Hvad bør man mene om dette? Det må andre finde ud af, jeg bor der ikke længere.