En dialog mellem matematikkens historie og videnskabsteori

Henrik Kragh Sørensen, lektor i matematikkens historie og filosofi, Center for Videnskabsstudier, Aarhus Universitet, hks@ivs.au.dk, www.matematikhistorie.dk

Siden civilisationens vugge i det gamle Egypten – sådan tænker historikeren – har regning, geometri og problemløsning været en vigtig del af uddannelsen til centrale samfundsfunktioner. I netop Egypten var regning et vigtigt redskab i at fordele goderne, og landopmåling var angiveligt vigtigt for at genfordele jordlodder efter de årlige oversvømmelser. Egyptiske papyrusruller giver vidnesbyrd om øl–og–brød–opgaver, som i mere eller mindre konstruerede situationer skulle træne embedsmænd i håndtering af stambrøker for at fordele ressourcer efter fastsatte principper. Sådan har matematikkens historie helt siden oldtiden refereret til praktiske og nødvendige opgaver for at forklare både matematikkens berettigelse og dens domæne.

I det antikke Grækenland – sådan går den filosofiske historie – blev fokus omkring matematik flyttet fra det praktiske til det filosofiske. Vi ved forholdsvis lidt om praktisk regning eller landopmåling fra den hellenistiske periode; til gengæld har filosoffen Platon og matematikeren Euklid sat matematikken, og især geometrien, på det filosofiske landkort.

Matematik blev til studiet af logiske udledninger, dvs. beviser, ud fra selvindlysende sandheder kaldet aksiomer. For Platon befandt matematikken sig i ideernes abstrakte verden, og at aksiomerne var selvindlysende og deduktionerne logiske betød, at konklusionerne, dvs. de beviste sætninger, var universelle sandheder. Disse abstrakte sandheder kunne så tilnærmelsesvis beskrive den fysiske, sanselige virkelighed i hvilken vi lever, idet denne for Platon var et skyggebillede af ideernes verden. Matematikken fandt dermed en ny tilværelse som en abstrakt videnskab, som for Platon var en vigtig del af træningen af filosofisk tænkning.

Denne spænding mellem motivationen i praktisk anvendelighed og filosofisk eksakthed har præget matematikkens udvikling lige siden. Og den har navnlig gjort sin indflydelse gældende inden for filosofiske og didaktiske diskussioner om matematikkens natur og berettigelse som undervisningsfag (se fx Hansen 2002).

I renæssancen og den tidlige moderne periode benyttedes matematik ved katedralskoler og ved universiteternes såkaldte *quadrivium* som et middel til at skærpe disciplenes formelle, abstrakte og logiske tænkning. Dette foregik især ved at terpe de første dele af Euklids Elementer, og praktisk regning var fx i Danmark henvist til "den danske skole", som skulle forberede borgerstandens sønner til et liv inden for handel.

I dag er matematik stadig en bærende del af vores mangestrengede uddannelsessystem, og begrundelserne for at undervise i matematik spænder fra materiel dannelse (evnen til at finde efterspurgte problemløsninger) over formel dannelse (evnen til at tænke abstrakt og logisk) og almen dannelse (evnen til at videreføre kulturelt bærende elementer) til kritisk dannelse (evnen til at indgå som matematisk dannet borger i et moderne demokratisk samfund). Denne symfoni – hvis ikke kakofoni – af begrundelser afspejler, at matematikkens funktion ikke længere er så entydigt identificérbar.

Der er især igennem 1800–tallet sket en adskillelse af forskningsfaget og undervisningsfaget, og selvom megen matematikhistorisk og videnskabsteoretisk fokus har været lagt på forskningsfaget, består der nære historiske og filosofiske forbindelser mellem dem. Og nogle gange overlapper de to fagsyn endda hinanden, sådan som tilfældet var med "ny matematik"–bevægelsen i 1960'erne, som motiveret af Sputnik–chok søgte at reformere undervisningsfaget i den vestlige verden ved at inddrage samtidige tendenser inden for forskningsfaget. Resultatet blev indførelsen af mængdelærebaseret matematik fra grundskoleniveau, og reformen blev mødt med stor modstand fra mange lærere, forældre og aftagere indtil den gradvist blev afviklet.

Sporene består dog endnu i skolen såvel som på universitetet, hvor både sprogbrug (fx "injektive afbildninger"), metafysiske antagelser (matematik er i princippet formalisérbart i mængdelære) og krav til stringens (abstrakte beviser, hvor forklaringer og fx figurer kun spiller en sekundær rolle) stadig kan spores, selvom pragmatik og nuancering i dag er dagens orden. For selvom matematikken stadig stræber efter præcist sprogbrug og et ideal om at kunne begrundes i et sikkert – eller i det mindste pragmatisk acceptabelt – grundlag, så er "den levende" matematik meget rigere.

Filosoffen Reuben Hersh har udtrykt det ved at sige, at matematikken har en forside og en bagside (Hersh 1991). Forsiden præsenterer her matematikkens resultater, som de præsenteres i artikler, lærebøger eller traditionel undervisning, og matematikbilledet bliver formelt, præcist, ordnet og abstrakt. I modsætning hertil præsenterer Hersh bagsiden som indfanger, hvordan matematikere faktisk arbejder med den fragmenterede, uformelle, intuitive og foreløbige matematik.

Hershs pointe er, at forsiden indtil for relativt nylig har domineret de matematikfilosofiske diskussioner, men at bagsiden – matematikkens praksis – både er interessant og vigtig for at forstå matematikkens væsen. Og et af de bedste steder at få lov til at betragte matematikkens bagside – at kigge ind i maskinrummet – er igennem udvalgte autentiske historiske eksempler.

Så når vi som undervisere – enten fordi bekendtgørelsen eksplicit kræver det af os eller fordi vi implicit hele tiden er nødt til at bekende kulør – fremviser matematikkens identitet og metode, er der altså ikke noget entydigt nemt svar at give. Man kan som et minimum identificere tre forskellige matematiksyn, som alle giver deres bud på, hvad matematikkens identitet og metode er:

1. Man kan mene, at matematik primært er et redskabsfag for andre videnskaber, og at matematikkens metode derfor er modellering og kvantitativ behandling af fænomener.
2. Man kan anse matematik for en primært formel og abstrakt videnskab, således at matematikkens metode er aksiomatisk deduktiv.
3. Eller man kan opfatte matematik som en skabende kunst, hvorfor matematikkens metode så er begrebsudviklende, eksperimenterede og udforskende.

Som det er antydet i det foregående, er der dog ingen af disse opfattelser, som alene indfanger hele matematikkens væsen, og entydig insisteren på en enkelt af dem risikerer at fordreje billedet af matematik.

1. Hvis man oversælger redskabsfagsynet, risikerer man at reducere matematik og den matematiske erkendelses særegenhed.
2. Det deduktive syn har en indbygget risiko for at præsentere matematik som et afsluttet hele, inden for hvilket historisk eller fremtidig udvikling er umulig og der intet rum efterlades til det menneskelige element.
3. Men hvis man omvendt fokuserer for entydigt på det udviklende syn, risikerer man at foreslå, at matematik er relativistisk, konstrueret eller subjektivt.

Et passende matematiksyn må altså være mere komplekst og baseret på en dialog mellem (mindst) disse tre elementer, som bedst kan udføres ved at tage matematikkens historie i nøje betragtning. Derved har man en chance for at undgå dogmatik og sofisteri men i stedet indfange de centrale og fascinerende elementer, som både gør matematikken anvendelig, særlig og appellerende.

Min pointe er altså, at matematikkens inderste væsen er en fascinerende, men ikke simpel, blanding af forskelligartede elementer. Og min påstand er, at man bør – og kan – fremvise det på alle niveauer af undervisningen fra skolen til universitetet. Alternativet er, at man misser ud på et utroligt potentiale til at motivere, situere og forklare matematikken i dens mangfoldighed – både fra forsiden, bagsiden og fra gavlen, hvis man tillader denne metafor for anvendelserne.

Vi har i matematikkens historie et potentiale af eksempler til at vise dette, men det kræver også, at vi ikke (kun) opfatter matematikhistorie som motiverende anekdoter. I stedet må vi lede efter de historiske eksempler og vinkler, som kan tillade os at sige noget nuanceret om matematikkens identitet og metode.

Så i stedet for at bruge egyptisk matematik som et historisk emne til at undervise i brøkregning, skulle man måske se nærmere på de konstruerede brød–og–øl–opgaver, som både har en praktisk motivation og alligevel ikke synes helt hverdagsagtige. Eller man skulle foruden at undervise i Euklids bevis for Pythagoras' sætning (hvis man da gør det), gå i samarbejde med klassens oldlærer og lave et forløb om Platons og Euklids matematiksyn. Eller man kunne introducere logistisk vækst ved at læse den autentiske kilde fra 1838, hvori Verhulst forsøgte at bestemme Belgiens befolkningspotentiale i en helt ny nationalstat. Eller man kunne adressere forholdet mellem empiriske og deduktive bevisskemaer ved at arbejde eksperimenterende i GeoGebra og lede eleverne frem til et bevis for Picks sætning om gitterpolygoners areal. Eller man kunne læse autentiske kilder fra udviklingen af χ^2–testen. Eller fravælge Leibniz' måske nemmere introduktion af differentialkvotienten for at se nærmere på Newtons mere eksplicit fysisk funderede fluxioner. Eller. Eller. Eller.

Men for at kunne gøre det, skal der selvfølgelig materialer til. Meget er allerede opnået i form af ideer og materialer (se fx Grøn m.fl. 2012), men det er vigtigt, at materialet er autentisk og velvalgt, og at de videnskabsteoretiske pointer er ekspliciterede. I den forbindelse har det allerede vist sig interessant og frugtbart at indgå samarbejder mellem forskere og undervisere og mellem matematikhistorie og videnskabsteori. Men der skal mere end materialer og ildsjæle til, og det er her, at de matematikhistoriske og –filosofiske kurser på universiteterne har en stor rolle at spille. Igennem at træne kritisk læsning af primære og sekundære kilder, historiografiske overvejelser og videnskabsteoretiske argumenter håber vi at klæde nye generationer af gymnasielærere på til i endnu højere grad at kunne præsentere matematikken som den nuancerede og fascinerende videnskab, den er.

Referencer

Danielsen, K. og H. K. Sørensen (2014). *Vækst i nationens tjeneste — Hvordan Verhulst fik beskrevet logistisk vækst*. Materiale til fortællende og autentisk matematikhistorie på STX. Forventes udgivet foråret 2014.

Grøn, B. m.fl. (2012). *Hvad er matematik? B Grundbog*. København: L&R Uddannelse.

Hansen, H. C. (2002). *Fra forstandens slibesten til borgerens værktøj — regning og matematik i folkets skole 1739–1958*. Aalborg: Dansk Center for Naturvidenskabsdidaktik.

Hersh, R. (1991). *Mathematics has a Front and a Back*. Synthese, bd. 88, s. 127–133.

Johansen, M. W. og H. K. Sørensen (2014). *En invitation til matematikkens videnskabsteori*. København: Forlaget Samfundslitteratur. Planlagt til at udkomme januar 2014.