Matematik og magi

Danni T. Pedersen, Odense Katedralskole

Mange tankelæsertricks og korttricks bygger på simpel matematik. Instruktioner som *"Tænk på et tal, gang med 2, læg 4 til, halvér resultatet, træk det tal fra, du startede med"* kan i undervisningen bruges til at træne eleverne i simpel algebra efter at have oversat mellem skriftsprog og symbolsprog.

Mange tankelæsertricks og korttricks bygger på simpel matematik. Her gives en række eksempler.

Det er velkendt, at en række instruktioner som

> *Tænk på et tal, gang med 2, læg 4 til, halvér resultatet, træk det tal fra, du startede med, du har nu tallet 2.*

kan oversættes til

$$x \rightarrow 2x \rightarrow 2x + 4 \rightarrow x + 2 \rightarrow x + 2 - x = 2$$

I undervisningen giver sådanne simple tankelæsertricks øvelse i at oversætte mellem skriftsprog og symbolsprog. I begrænset omfang træner det også eleverne i simpel algebra. Tankerlæsertricks af denne type var udgangspunktet i en 45 minutters matematiktime om matematik og magi.

Et andet tankelæsertrick går ud på, at gætte en persons alder. Tankelæseren giver følgende instruktioner:

> *Tag din alder, læg 90 til, tag nu det første ciffer i resultatet og læg det til resten. Hvilket tal har du nu? Du er altså ... år gammel.*

Tankelæseren skal blot lægge 9 til det tal, som oplyses, for at få alderen af personen. Tricket bygger på den måde, vi skriver tallene på. I nedenstående er alderen skrevet som *xy*, hvilket deles i 10'ere og 1'ere:

$$10 \cdot x + y$$

Lægges 90 til fås

$$10 \cdot x + y + 90 = 10 \cdot (x + 9) + y = 100 + 10 \cdot (x - 1) + y$$

Næste instruks giver

$$10 \cdot (x - 1) + y + 1 = 10 \cdot x - 10 + y + 1 = 10 \cdot x + y - 9$$

hvilket er alderen minus 9. Til at begynde med antages, at $x > 0$, dvs. tricket virker ikke på personer yngre end 10 år. En simpel opgave, som kan stilles til elever, går ud på at gennemskue, hvad tankelæseren skal gøre, for at tricket også virker på personer yngre end 10 år.

Nedenfor beskrives 2 korttrick. Jeg er ikke sikker på, om der opnås en bedre forståelse for den bagvedliggende matematik, ved selv at afprøve dem i praksis, men om ikke andet, er det i hvert fald mere underholdende for eleverne. Jeg var så heldig, at kunne skaffe spillekort nok, til at nedenstående tricks kunne afprøves i par.

Det første trick går som følger: Først blandes kortene (som det jo hører sig til). Magikeren tænker på et bestemt kort. På en lap papir noteres kortet. Publikum kender ikke kortet, men ved, at der nu er noteret et bestemt kort. Derefter lægges 12 kort fra bunkens top ud på et bord. En tilfældig fra publikum udvælger 4 af disse kort. Resten samles sammen og lægges nederst i bunken. De 4 kort vendes, og for hvert kort tælles op til 10, sådan, at hvis fx det ene kort er en 7'er, skal der lægges 3 kort fra bunken ovenpå dette kort. Alle billedkort gælder for 10. Så lægges værdierne for de 4 kort sammen. Summen, fx 23, tælles ned i bunken. Det kort, som blev noteret i begyndelsen, er nemlig nr. 23 i bunken, talt fra toppen.

Hemmeligheden bag dette trick er, at magikeren noterer det kort, som til at starte med, ligger nederst i bunken. Resten går ud på at udføre handlinger som umiddelbart virker, som om der introduceres en grad af tilfældighed, samtidig med at det skjules, at der egentlig bare tælles ned i bunken, indtil kortet, der oprindelig lå i bunden, er nået.

Matematikken bag illustreres bedst med udgangspunkt i et konkret eksempel. Oprindeligt er kortet, som er noteret, nr. 52 i bunken. Det bliver nr. 40, når de 12 kort er taget af. Lad os nu antage, at de 4 kort, som udvælges, har værdierne 2, 4, 7 og 11. Når der tælles op til 10, tages i alt 8 + 6 + 3 + 0 = 17 kort fra bunken. Dermed bliver bundkortet nr. 23 fra toppen. Summen af værdierne for de 4 kort er 2 + 4 +7 + 10 = 23.

Af eksemplet er det tydeligt, at tælleriet egentligt går ud på, at få summen 40. Derfor kan man spørge, hvad der skal ændres, hvis man fx gerne vil have summen 48 – svarende til, at der kun mangler 4 kort. Fordelen kunne være, at de 4 kort kan udvælges tilfældigt af en publikummer, såfremt denne ikke tager bundkortet, hvilket ville være usædvanligt.

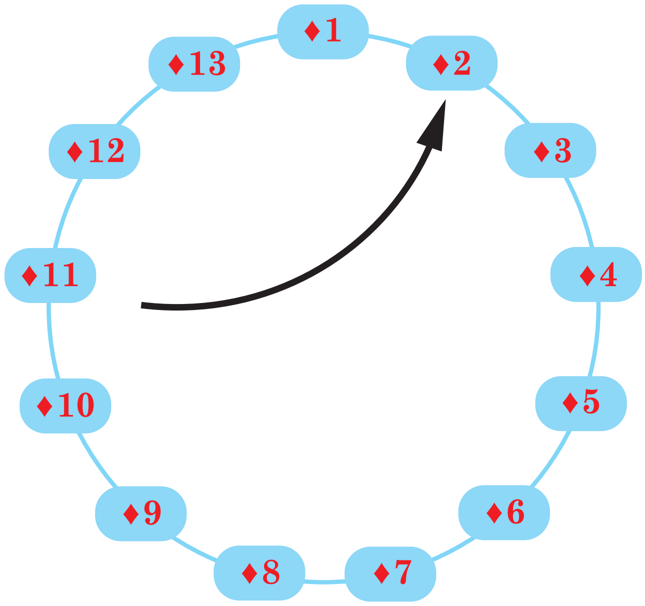
Det sidste korttrick, som beskrives her, er det mest omfattende, men også det, der imponerer mest. Først udvælges en tilfældig fra publikum til at fungere som assistent. Assistenten beder en anden tilfældig blandt publikum udvælge 5 kort fra bunken, og giver derefter 4 af kortene til magikeren, ét ad gangen. Magikeren kan derefter fortælle, hvad det 5. kort er. Bemærk, at fordi der bruges en assistent, er magikeren ikke i kontakt med bunken af kort.

Årsagen til, at dette er det mest omfattende trick er, at assistenten ikke er en frivillig udvalgt. Assistenten skal på forhånd instrueres i, hvilken rækkefølge magikeren skal have kortene i. Forklaringen er følgende: Blandt de 5 kort er der mindst 2, der har samme farve. Lad os antage, at det er ♦**11** og ♦**2**. Assistenten skal vælge den korteste cykliske afstand mellem de to kort (se figuren), og give magikeren det mindste kort (her ♦**11**). Det andet kort, er det kort, som skal gættes. Magikeren ved nu, at kortet er en ruder. De resterende 3 kort, som magikeren skal have, kan gives i 6 forskellige rækkefølger. Den længste afstand mellem 2 kort, cyklisk, er også 6, så det gælder blot om, at assistenten og magikeren på forhånd har aftalt, at en bestemt rækkefølge af de resterende 3 kort, svarer til en bestemt værdi, der skal lægges til det 1. kort (♦**11**) for at få værdien af det 5. kort (♦**2**). Assistenten og jeg aftalte følgende ”kode”, som er passende let at huske:

$$sml = 1,\ \ slm = 2,\ \ msl = 3,\ \ mls = 4,\ \ lsm = 5,\ \ lms = 6$$

Her står s for small, m for medium og l for large. Lad os antage, at de fem kort er ♦**11**, ♦**2**, ♠4, ♥**9** og ♣10. Magikeren har fået ♦**11**, og assistenten skal fortælle, at der skal lægges 4 til. Derfor giver assistenten de resterende kort (♠4, ♥**9** og ♣10) i rækkefølgen mls, hvilket her vil sige ♥**9**, ♣10, ♠4. Magikeren ved, at rækkefølgen medium, small, large svarer til 4, og lægger derfor 4 til ♦**11** og får ♦**2**, som netop er det kort, assistenten har beholdt på hånden. Hvis der er to kort med samme værdi (fx ♥**9** og ♣9) bruges farverne til at afgøre, hvilken der tæller mest. Assistenten og magikeren har på forhånd aftalt dette.

Til slut gives to eksempler, som jeg endnu ikke har prøvet i en klasse. Det første er et simpelt tankelæsertrick. Instruktionerne er: Tænk på et 2–cifret tal mellem 0 og 100, de 2 cifre skal være ulige tal, og de må ikke være ens. Tilsyneladende vil flertallet tænke på 37. Jeg forestiller mig, at tricket let kunne udføres i en klasse, hvor instruktionerne gives til alle på en gang. Man kan skabe en dramatisk stemning ved at tilføje noget nonsens om, at man kan ”mærke”, at der er mange blandt eleverne, som tænker på et tal mellem 30 og 40, og efter at have gnubbet tindingerne med sine pegefingre siges tallet 37. Jeg forestiller mig, at det er vigtigt også at sige til eleverne, at de skal holde fast i det tal, de først tænkte på.



Det sidste trick kan ses på hjemmesiden counton.org/explorer/mathsmagic/mindreader/. På billedet ses et skema fra hjemmesiden. Instruktionerne er: Vælg et 2–cifret tal, læg de 2 cifre sammen, træk resultatet fra det oprindelige tal, find det tal, du ender med, i skemaet. Derefter skal man klikke på en wizard, der fortæller en, hvilket tal man fandt i skemaet.

Tricket bygger på, at man altid ender ud med et tal i 9–tabellen (på nær 1, 90 og 99). Forklaring kan skrives på følgende måde. Det 2–cifrede tal betegnes

$$10 \cdot x + y$$

Næste instruks giver $x + y$, som trækkes fra det oprindelige. Altså

$$10 \cdot x + y - (x + y) = 9 \cdot x$$

Bemærk, at alle tal i skemaet, der tilhører 9–tabellen (på nær 1, 90 og 99), har samme symbol. Næste gang man prøver på hjemmesiden, får man ny tabel, hvor alle tallene i 9-tabellen har fået et nyt symbol. På den måde kan man prøve flere gange uden at ende med det samme symbol. Meget overbevisende.

0 ()	1 θ	2 η	3 η	4 ς	5 %	6 Ω	7 x	8 %	9 Σ	10 Λ	11 η	12 x	13 ()	14 η	15 π	16 ()	17 π	18 Σ	19 ς
20 β	21 =	22 Λ	23 ς	24 η	25 φ	26 γ	27 Σ	28 +	29 μ	30 ς	31 +	32 ()	33 μ	34 θ	35 %	36 Σ	37 γ	38 γ	39 Λ
40 Ω	41 ()	42 ς	43 ς	44 π	45 Σ	46 θ	47 λ	48 γ	49 μ	50 Λ	51 λ	52 x	53 φ	54 Σ	55 λ	56 Ω	57 Φ	58 %	59 η
60 =	61 π	62 +	63 Σ	64 φ	65 λ	66 ς	67 Φ	68 γ	69 γ	70 Λ	71 ()	72 Σ	73 %	74 ()	75 φ	76 β	77 η	78 γ	79 η
80 β	81 Σ	82 γ	83 β	84 ()	85 x	86 Λ	87 π	88 Λ	89 θ	90 x	91 x	92 +	93 γ	94 θ	95 +	96 Λ	97 Φ	98 ς	99 λ

The Best Card Trick, Michael Kleber, Mathematical Intelligencer, 24 #1 (2002).

The Manual of Mathematical Magic, Peter McOwen with Matt Parker, ISBN: 978–0–9551179–7–8.

Matematik