# Mathematical Battle

## – en træning i problemløsning og mundtlighed

Rasmus Østergaard, Nykøbing Katedralskole

Der tales så meget om ny skriftlighed, men nu da eleverne ikke længere kan være sikre på at komme til skriftlig eksamen men måske kun til mundtlig eksamen, er det ifølge min opfattelse nok så vigtigt at tale om "ny mundtlighed." Mens den gamle mundtlighed i vid udstrækning bestod af definition–sætning–bevis, kan en ny mundtlighed til en vis grad omfatte opgaveregning, vel at mærke, hvis den er præget af argumentation og perspektivering snarere end rene regnestykker. For netop at arbejde med problemløsning og argumentation har jeg forsøgt mig med en leg, der går under navnet *"Mathematical Battle"*.

### Mathematical Battle

I forbindelse med arbejdet i Georg Mohr-arbejdsgruppen blev jeg gjort opmærksom på en måde at træne nogle af vores kernefærdigheder på, som jeg ikke har været opmærksom på før.

Denne aktivitet kaldes *Battle* og består i, at en klasse deles op i grupper, som så "battler" mod hinanden i at løse og demonstrere deres løsninger på mere eller mindre svære opgaver inden for et emne. Opgaverne er fundet blandt gamle eksamensopgaver, opgaver til Alympiade eller Georg Mohr–konkurrencen, gamle beviser, som ikke længere vises osv. Det vigtige er, at der er opgaver til alle elever i klassen, og at de har en eller anden form for interessant tilsnit i forhold til det mundtlige arbejde.

### Reglerne

Eleverne deles op i hold med en anfører og får et passende stykke tid før selve battlen opgaverne udleveret. De skal så hjemme fordele opgaverne mellem sig og som hold regne så mange opgaver som muligt. De får så desuden en lektion til at diskutere løsninger, træne fremlæggelser osv. Herefter følger den lektion, hvor selve battlen foregår.

1. Eleverne deles i to grupper. Tilladte hjælpemidler er bøger samt skrive– og tegneredskaber.

2. Hver gruppe udfordrer hinanden på skift til at løse en af opgaverne på arket. Første udfordring fra hvert hold skal falde blandt opgaverne 1–5, anden udfordring blandt opgaverne 6–10 etc.

3. Tager gruppen, der udfordres, handsken op, løser en fra gruppen opgaven, mens en fra den gruppe, der udfordrer, skal finde fejl og mangler i gennemgangen. Afslår man byttes rollerne.

4. Det er i begge tilfælde anføreren, som suverænt bestemmer, om man modtager udfordringen, samt hvem der skal regne opgaven eller kritisere den .

5. Overdommeren tildeler fra 0 til 10 point afhængigt af kvaliteten af fremlæggelsen. Hvis den, der kritiserer, finder de fejl, som koster point, overføres disse til den anden gruppe.

6. Herefter udfordrer den anden gruppe og kampen fortsætter. Bemærk, at man kun må regne eller finde fejl én gang pr. battle og kun de to aktiver personer må blande sig i den enkelte opgave.

### Erfaringer og forslag til forbedringer

Jeg delte klassen i to hold på ti. Det kan godt være, der skal være færre elever på hvert hold, så alle når at præsentere eller forsvare en opgave. Alternativt kan man måske bruge længere tid.

En anden ide er, at dommeren kan give opponenten vink til, hvor der er fejl i fremlæggelsen. Det er en svær ting at kritisere, og det kan godt kræve et vink, indtil de er mere trænede i at give respons. En anden tilføjelse er regel 2 ovenfor, som sørger for, at de lidt svagere elever kommer på tidligt og sørger for, at det ikke kun er de gode elever, som kommer til.

Generelt synes eleverne, at det er svært – men også lidt sjovt – at konkurrere med de andre. Som opsamling eller træning i mundtlighed synes jeg i hvert fald, at man skal prøve det.

### Uddrag af opgaver til battle i differentialregning

Her følger nogle af de mere vellykkede opgaver indenfor emnet infinitisimalregning. Jeg har også prøvet med trigonometri og regner med at gøre det samme til differentialligninger og vektorer.

**Opgave 1**

Differentier $f(x) = x\cdot\sqrt{9-x^2}$

**Opgave 2**

Funktionerne $f$ og $g$ er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{2}\cdot x^2 \text{ og } g(x) = \sqrt{2x}$$

De to funktioners grafer begrænser en punktmængde $M$, der har et areal. Beregn arealet af $M$.

**Opgave 4**

Brug definitionen på differentiabilitet til at forklare, hvorfor funktionen $f(x) = |x|$ ikke er differentiabel i $x = 0$.

**Opgave 5**

For alle $]a, b[$ er $f$ defineret ved

$$f(x) = a\cdot\cos(2x) + b\cdot\sin(2x)$$

Vis at $f(x)$ opfylder ligningen

$$f''(x) = -4\cdot f(x)$$

**Opgave 8**

Bevis ved tre–trinsreglen, at den afledte af $x^3$ er $3x^2$.

**Opgave 9**

Bestem de $a$, for hvilke

$$f_a(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax$$

er en voksende funktion.

**Opgave 11**

Definer til en differentiabel funktion $f(x) \neq 0$ en ny funktion $L_f$ ved

$$L_f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Vis, at $L_{f\cdot g} = L_f + L_g$.

**Opgave 12**
Definer til en differentiabel funktion $f(x) \neq 0$ en ny funktion $L_f$ ved

$$L_f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Vis, at $L_{\frac{f}{g}} = L_f - L_g$.

**Opgave 13**
Bestem de tal $x$ i intervallet $]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, for hvilke der gælder, at

$$\int_0^x \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt = 1 .$$

**Opgave 14**
$f$, $g$ og $h$ er differentiable funktioner. Differentier funktionen

$$p(x) = f(x) \cdot g(x) \cdot h(x).$$

**Opgave 15**
Vis, at der for en differentiabel funktion $f$ gælder, at

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0).$$

**Opgave 17**
En funktion $f$ er bestemt ved

$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^3 + \frac{3}{2} \cdot x^2$$

Bestem de ligninger for de tangenter til grafen for $f$, der indeholder koordinatsystemets begyndelsespunkt.

**Opgave 19**
En funktion $f$ har i punktet med førstekoordinat 2 linien med ligningen $y = \frac{1}{2}x + 2$ som tangent. En funktion $g$ er givet ved $g(x) = (f(x))^2$.

Bestem en ligningen for tangenten til grafen for $g$ i punktet med førstekoordinat 2.

**Opgave 20**
Differentier $f(x) = x^x$, hvor $x > 0$.