

Ikke alle skæringer er gyldne

En udbredt misforståelse om anvendelser af det gyldne snit før anden halvdel af 1800-tallet

KIRSTI ANDERSEN OG MIKKEL VESTERGAARD LAURSEN¹⁾

1. Indledning

Den nederlandske idehistoriker Albert van der Schoot har givet en af sine artikler en overskrift, som vi har genbrugt i første del af vores titel (Schoot 2009). I artiklen advarer van der Schoot sine læsere imod at tro, at det siden antikken har været almindeligt at benytte det gyldne snit i arkitektur, skulpturer og komposition af malerier. Med dette indlæg ønsker vi at viderebringe hans advarsel. Vores motivation er en fascination af det gyldne snits historie og en ærgrelse over, at fremstillinger af dette emne ofte skæmmes af en myte om en bevidst anvendelse af snittet uden for matematikken, langt tidligere end en sådan rent faktisk fandt sted²⁾.

I det følgende vil vi beskæftige os med to hovedkilder til myten om det gyldne snit. Den første er en antagelse om, at det gyldne snit hører til blandt de forhold, der kaldes harmoniske. Den anden er en fejlfortolkning af en tysk æstetiker fra anden halvdel af 1800-tallet. For en uddybelse af disse to emner er det naturligt at beskæftige sig med følgende punkter.

- Anvendelser af harmoniske forhold i antikken og renaissance
- Det gyldne snit i antikken og renaissance
- Det gyldne snit i anden halvdel af 1800-tallet

Inden vi går i gang skal det nævnes, at udtrykket *det gyldne snit* først opstod i 1830'erne (Schoot 1998, 88 eller Schoot 2005, 74). For overskuelighedens skyld vil vi dog bruge udtrykket også i forbindelse med de tidligere perioder.

2. Anvendelser af harmoniske forhold i antikken og renaissance

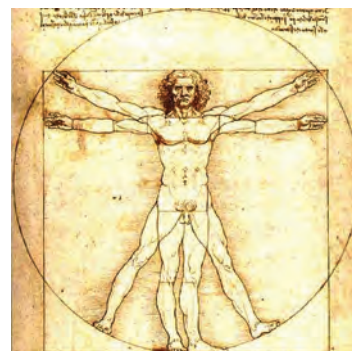
De harmoniske forhold stammer fra den pythagoræiske skole, som i det sjette århundrede fvt. karakteriserede toneintervaller, som dens medlemmer fandt velklingende – eller harmoniske – ved hjælp af talforhold. De knyttede forholdet 2:1 til oktaven, fordi de havde observeret, at denne kan frembringes ved først at slå en streng af en vis længde an og dernæst halvdelen af strengen. Tilsvarende forbandt pythagoræerne forholdene 3:2 og 4:3 med henholdsvis en kvint og en kvart. Der optræder flere forhold i pythagoræernes harmonilære³⁾. For den videre fortælling er det vigtigt at understrege, at de alle er forhold mellem to naturlige tal – altså rationale tal.

Selvom de harmoniske forhold stammer fra musikteori, mente pythagoræerne og senere teoretikere, der var inspireret af dem – blandt andre Platon – at de harmoniske forhold fandtes andre steder i naturen. Således indeholder Platons dialog *Timaios* en skabelsesberetning, hvori Guden inddrager de harmoniske forhold i sit arbejde med at få et kosmos ud af et kaos.

Senere kom de harmoniske forhold også til at indgå i skrifter om arkitektur. Den første arkitekturteoretiker, hvis værk vi har overleveret, var romeren Vitruv, der var aktiv omkring begyndelsen af vores tidsregning. Han anbefalede, at man i arkitektur brugte forhold, som findes i den menneskelige krop. Han satte tal på en række af disse forhold, det kendteste af dem er forholdet mellem en mands højde og længden mellem hans fingerspidser, når han har udstrakte arme. Vitruv satte dette forhold til 1:1, hvilket Leonardo da

har i lang tid ønsket at skrive en længere artikel om det gyldne snits historie. En sådan forventes at udkomme i 2012. Vi er Henrik Kragh Sørensen og Henk Bos meget taknemmelige for værdifulde kommentarer.

²⁾Et af de mange steder man finder myten er i Anders And filmen *Donald in Mathmagic*



Vinci senere illustrerede i en meget tit reproduceret tegning. Heri viste Leonardo en mand med samlede fødder og udstrakte arme stående i et kvadrat og samtidig indskrevet i en cirkel med en anden placering af ben og arme. Vitruvs holdning til de harmoniske forhold er uklar, men det er helt sikkert, at det gyldne snit ikke indgår i hans betragtninger.

I renaissance er der mange eksempler på, at de harmoniske forhold blev knyttet til arkitektur. Særligt tydeligt kommer det til udtryk hos Leon Battista Alberti, som i midten af 1400-tallet skrev et teoretisk værk om arkitektur. Heri hævdede han:

De selv samme tal, som glæder ørerne, ... kan også fylde øjnene og sindet med forunderlig fryd (Alberti *De re aedificatoria*, kapitel 9, afsnit 5, oversat fra Alberti 1988, 305).

I sin omtale af anbefalelsesværdige rektangler fremhæver han dem, hvis sider har forholdene 2:1, 3:2, 4:3 og endelig kvadratet med forholdet 1:1 (ibid).

En del forfattere fra nyere tid har taget kilderne til brugen af de harmoniske forhold til indtægt for anvendelse af det gyldne snit i arkitekturen. Det baserer sig på en begrebsmæssig misforståelse: Talforholdet for det gyldne snit er $(\sqrt{5} + 1) : 2$ og hører derfor ikke til blandt

Land, instrueret af Hamilton Luske, 1959, sektionen om det gyldne snit er fra omkring minut 7 til 13.

³⁾I antikken betragtede man ud over de allerede nævnte forhold følgende, der alle er forhold mellem potenser af 2 og 3, 9:8, 27:16, 32:27, 81:64, 243:128 og 256:243.

¹⁾Mikkel har skrevet bachelorprojektet *Det gyldne snit – Fascinationen af det og Myten om det* (2008) ved Institut for Videnskabsstudier, Aarhus Universitet med Kirsti som vejleder. Hun har interesseret sig for emnet siden 1988, hvor Ivan Tafteberg Jakobsen gjorde hende opmærksom på myten om det gyldne snit, og

de klassiske harmoniske forhold, da de som nævnt kun omfatter rationale tal.

Der findes ingen kilder fra renaissance, der anbefaler brug af det gyldne snit i arkitektur, skulpturer eller malerkunst. Det er dog muligt, at Leonardo da Vinci var medvirkende til at skabe forvirring – det vender vi tilbage til i næste afsnit.

3. Det gyldne snit i antikken og renaissance

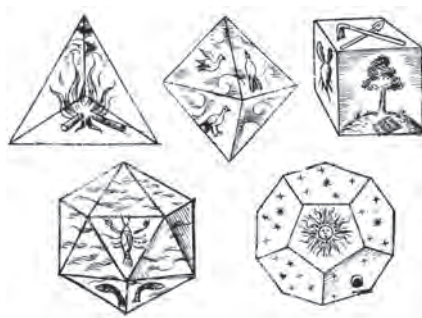
Den ældste kilde til det gyldne snit er Euklids Elementer fra omkring 300 fvt. Han introducerede det på følgende måde

Et linjestykke siges at være delt i yderste og mellemste forhold, når hele linjestykket forholder sig til det største stykke som det største til det mindste (Euklid, Elementerne, bog 6, definition 2).

Euklid havde specielt brug for dette forhold til at konstruere en regulær femkant og til at bestemme et ikosaeder indskrevet i en given kugle⁴⁾.

De følgende mange århundreder beholdt det gyldne snit sin status som et matematisk redskab og det ret prosaiske navn “yderste og mellemste forhold”. Dette ændredes i 1509, hvor den italienske munk Luca Pacioli ophøjede dette forhold til guddommeligt i bogen *Divina proportione*. Pacioli nævnte mange grunde til at betragte det gyldne snit som værende guddommeligt. En af dem knytter an til Platons allerede omtalte dialog *Timaios*.

De harmoniske forhold var ikke det eneste matematiske emne, Platon tog op i *Timaios*. Han havde også den idé, at de fire grundelementer, ild, luft, vand og jord, som på hans tid ansås for at være alle tings byggesten, måtte have geometriske former. Mere præcist mente han, at de var regulære polyedre – som senere derfor også blev kaldt platoniske legemer. Platon knyttede tetraederet til ild, oktaederet til luft, ikosaederet til vand og terningen til jord (se tegning af Kepler). Platon stoppede ikke dér men syntes, at det sidste af de regulære polyeder, dode-



kaedret, også skulle have en funktion, og han gav det en himmelsk eller guddommelig status.

Pacioli var meget inspireret af Platon og overtog mange af hans ideer, dog med Platons Gud erstattet med den kristne. Men han gik også et skridt videre end Platon: dodekaederets sideflader er regulære femkanter og til konstruktion af dem benyttedes det gyldne snit – altså må snittet også være guddommeligt. Ræsonnementet lyder som følger med hans egne ord (hvor “vores” forhold betyder det guddommelige forhold).

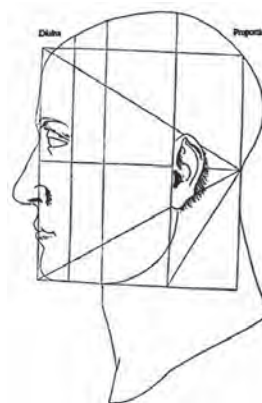
Ligesom Gud er kvintessensen i relation til jord, vand, luft og ild ..., giver vores forhold ... formel eksistens til selve himlen ifølge Platon, som i Timaios tilegner dodekaederet til den (oversat fra Pacioli, 1509, pars prima, cap. V).

Pacioli var ven med Leonardo da Vinci, og sidstnævnte tegnede nogle af illustrationerne til *Divina proportione*, blandt andet et dodekaeder. Leonardo syntes at være faldet for Paciolis udtryk “det guddommelige forhold”, således brugte han det i et af sine værker til at karakterisere skønheden i en figur eller form uden dermed at mene det gyldne snit (Schoot 1998, 88–89 eller Schoot 2005, 74–75). Det er muligt, men ikke dokumenteret med et eksplicit eksempel, at nogle har koblet Leonardos karakteristik af skønhed sammen med anbefalingen af brug af menneskelige forhold i arkitektur, og at de desuden har fortolket Leonardo til at mene det samme med det guddommelige forhold som Pacioli. Det kunne have ført til konklusionen, at det i renaissance blev tilrådet at benytte det gyldne snit i arkitektur.

Til Paciolis bog knytter der sig et andet og konkret bidrag til myten om det gyldne snit. Det findes i anden udgaven af en

bog om matematikkens historie, som den franske videnskabsmand Jean Étienne Montucla publicerede i 1797. Den indeholder en kort omtale af Paciolis *Divina proportione*, i hvilken Montucla ganske rigtigt nævnte, at Pacioli deri behandlede tre emner mere end det, der har lagt navn til bogen. Det ene af dem er stærkt inspireret af Vitruvs betragtninger om talforhold i menneskekroppen og arkitektur. Tilsyneladende havde Montucla ikke sat sig grundigt ind i Paciolis tekst, fordi han påstod, at Pacioli havde nogle plancher, der viser det gyldne snits anvendelse i arkitekturen (Montucla 1797, 551). Dette er absolut ikke tilfældet.

I førsteudgaven af sit matematikhistoriske værk omtalte Montucla *Divina proportione* ekstremt kortfattet og nedladent, idet han hævdede, at værket “ikke er særlig bemærkelsesværdigt, bortset fra dets titel og dets sjældenhed” (Montucla 1758, bind 1, 455). Det er svært at sige, hvorfor Montucla i anden udgaven tilføjede kommentaren om det gyldnes snits anvendelse i arkitektur. Han kunne have læst det hos andre, eller han kunne have været vendt tilbage til bogen og gennembladet den og mest koncentreret sig om illustrationerne. Hvis dette var tilfældet kan Montuclas fejltagelse have været forårsaget af en illustration af forholdene i et menneskehoved ovenover hvilken, der står “guddommelig forhold”, skønt tegningen ikke har noget med det gyldne snit at gøre.



Tekstens tilstedeværelse kan forklares med, at sætteren af siden har genbrugt klummetitlen fra den første del af bogen. Selvom Montuclas bog blev læst af mange, har hans fejltagelse tilsyneladende ikke haft den store indflydelse på udbredelsen af myten om det gyldne snit, da der ikke er mange spor af myten i første halvdel af 1800-tallet.

⁴⁾Euklids fremgangsmåde omfattede blandt andet at bestemme to parallelle regulære femkanter indskrevet i kuglen, hvis hjørner udgør ti af et ikosaeders tolv hjørner.

I overgangen fra renæssancen til 1600-tallet tog den kendte astronom Johannes Kepler det gyldne snit op i nogle af sine værker, hvori han ledte efter de planer Gud har brugt i sit skaberværk. Hans forklaringer er præget af en blanding af meget eksakte betragtninger og fri fantasi. Kepler var ligesom Pacioli inspireret af Platons *Timaios* og knyttede den regulære femkant og det forhold, der indgik i den til det guddommelige. Han havde formodentlig ikke læst Pacioli, men var bekendt med hans udtryk “det guddommelige forhold”. Kepler fandt det og Fibonaccitalene, hvoraf de første er 1, 1, 2, 3, 5, 8 og 13, mange steder i naturen. For eksempel drejer Venus 13 gange rundt om solen på 8 år. Endvidere indså Kepler sandsynligvis som den første, at følgen af forholdet mellem to på hinanden følgende Fibonacci tal kommer nærmere og nærmere det gyldne snit.

4. Det gyldne snit i anden halvdel af 1800-tallet

En del historikere har stillet sig skeptiske over for påstanden om, at det gyldne snit spillede en teoretisk rolle i billed-, billedhugger- og bygningskunst førend anden halvdel af 1800-tallet. Grunden er, at der ikke fra før det tidspunkt er fundet skriftlige kilder, der omtaler brugen af det gyldne snit i forbindelse med arkitektur, malerier og skulpturer. Det har også været nogenlunde klart, at det først var efter det tidspunkt, at myten om den vidtstrakte og bevidste brug af det gyldne snit dukkede op oftere og oftere. Der er imidlertid først i dette årtusinde, at den canadiske matematiker og specialist i det gyldne snit Roger Herz-Fischler udpegede den tyske filosof Adolf Zeising som værende den tilsyneladende hovedkilde til myten (Herz-Fischler 2004, 79–81 se også Livio 2004, 152–153 og Schoot 2009, 206, første spalte).

Adolf Zeising var en alsidig intellektuel, der i sine skrifter behandlede mange emner, blandt dem æstetik. I 1850'erne blev han stærkt interesseret i det gyldne snit og udgav i 1854 en bog om emnet. Han syntes, at det æstetisk var meget tiltrækkende og glædede sig ligesom Kepler – men uafhængigt af ham – over, at han fandt det mange steder i naturen. Han var endvidere overbevist om, at tidligere tiders kunstnere og arkitekter var me-

get inspirerede af naturen, og derfor ikke har kunnet undgå at inddrage det gyldne snit i deres kompositioner (Zeising 1854 VIII–IX; Herz-Fischler 2004, 49).

Det er værd at bemærke, at Zeising ikke skrev, at det gyldne snit var blevet brugt *bevidst*. Det gjorde til gengæld nogle af hans efterfølgere. Eksempler på dette finder man i matematikerkredse, hvor to tyskere, som også beskæftigede sig med deres fags historie, Hermann Hankel og Moritz Cantor, præsenterede brugen af det gyldne snit som hørende til i henholdsvis middelalderen og antikken. Således hævdede Hankel, at i middelalderen indgik det gyldne snit som et principielt redskab i den gotiske byggestil (Hankel 1874, 76; han referede til Zeising 1854, 402 ff). I samme ånd skrev Cantor i første bind af sin matematikhistorie følgende:

I den græske bygningskunst på Perikles' tid spillede det gyldne snit en rolle, som man ikke skal undervurdere. Dette æstetisk stærkest virkende ... forhold, blev på det smukkeste inkorporeret i de athenske bygninger i årene 450–430. Med sådan en regelmæssighed i forekomsten kan man ikke forestille sig en instinktiv anvendelse (oversat fra Cantor 1880, 151).

Cantor henviste ikke til antikke kilder for at dokumentere anvendelsen af det gyldne snit. Hvor Zeising i sin bog fra 1854 havde undladt at tage stilling til, om de antikke arkitekter bevidst havde brugt det gyldne snit, hævdede Cantor, at det var en bevidst handling. Hans begrundelse var, at der var så mange eksempler på anvendelser, at der ikke kunne være tale om et instinktiv valg. Cantor referede til Zeising's skrifter, dog ikke til et bestemt sted hos Zeising, men angav som sin kilde en otte siders artikel, som den tyske matematiker Siegmund Günther havde skrevet om Zeising som matematiker (Günther 1876).

For at genbruge Cantors udtryk, skal man ikke “undervurdere” den rolle Hankels og Cantors værker om matematikkens historie kom til at spille i en længere periode. Så matematikeres idé om, at det gyldne snit er blevet anvendt i arkitektur siden antikken, er Hankel og Cantor sikkert hovedansvarlige for.

5. Afsluttende bemærkninger

Det gyldne snit har mange smukke matematiske egenskaber og en spændende historie. Der er derfor ingen grund til at krydre fortællingen om det gyldne snit med en udokumenteret myte om en tidlig bevidst anvendelse af snittet i arkitektur, skulpturer og malerier. Efter Zeising's bog om det gyldne snit var udkommet, blev mange interesserede i dette specielle forhold. Denne opmærksomhed inspirerede skabende kunstnere og arkitekter til at benytte det gyldne snit. Men det er en helt anden historie.

6. Referencer

Alberti, Leon Battista

De re aedificatoria, manuskript fra midten af 1400-tallet. Publiceret mange gange på mange sprog. Der citeres fra følgende udgave. *On the Art of Building in Ten Books*, ed. Joseph Rykwert, Neil Leach, Robert Tavernor. Cambridge Massachusetts 1988.

Cantor, Moritz

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Erster Band. Leipzig, 1880.

Euklid

Elementerne. Fra omkring 300 fvt. Der citeres fra *Euklids Elementer*, red. Thyra Eibe. København 1897–1912.

Günther, Siegmund

“Adolf Zeising als Mathematiker”. *Zeitschrift für Mathematik und Physik. Historisch-literarische Abteilung*. Bind 21, 1876, 157–165.

Hankel, Hermann

Zur Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Leipzig 1874.

Herz-Fischler, Roger

Adolph Zeising (1810–1876). The Life and Work of a German Intellectual. Ottawa, 2004.

Montucla, Jean Étienne

Histoire des mathématiques. Paris, 1758. Revideret anden udgave Paris 1797–1802, hvoraf første bind er nævnt i næste titel. *Histoire des mathématiques*. Vol. 1. Paris 1797.

Livio, Mario

Det gyldne snit. København, 2004. Oversættelse af *The Golden Ratio – The Story of Phi*. New York 2003.

Pacioli, Luca

Divina proportione. Venezia 1509.

Schoot, Albert van der

De onstelling van Pythagoras. Over de geschiedenis van de goddelijke proportie. Kampen, 1998. Tysk oversættelse i følgende titel. *Die Geschichte des Goldenen Schnitts*. Stuttgart, 2005.

“*Het is niet alles goud wat er snijdt*, *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 2009, 203–207.

Zeising, Adolf

Neue Lehre von den Proportion des menschliche Körpers. Leipzig 1854.