

Konstruktion af polyedre ved hjælp af det gyldne snit

KARL NIELSEN, Fredericia

Til konstruktion af polyedre er der hjælp at hente i denne artikel – og det uanset, om du vil tegne i hånden eller med et tegneprogram.

Det gyldne snit har været kendt i flere tusinde år. Det er mest kendt for dets æstetiske egenskaber, lovprist af kunstnere og arkitekter som f.eks. Leonardo Da Vinci, Albrecht Dürer og Le Corbusier.

I naturen støder man overalt på det gyldne snit, frøstande arrangeret i logaritmiske spiraler, sneglehuse, i smukke spiraler, osv.

Oldtidens græske matematikere brugte det gyldne snit til at konstruere femkanter og tikanter samt til konstruktion af dodekaeder og ikosaeder.

Det var under arbejdet med bl.a. disse polyedre, at jeg opdagede, hvordan det gyldne snit er et væsentligt element i selve polyederopbygningen.

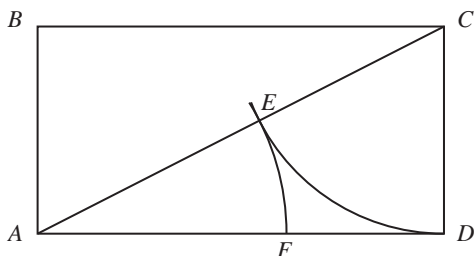
Det gyldne snit deler linjer og flader i harmoniske forhold. Hvis et linjestykke deles i to dele, så det lange stykke forholder sig til det korte, som hele stykket forholder sig til det lange stykke, siges linjen at være delt med det gyldne snit.



Matematisk kan det skrives således:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,6180339887\dots$$

En linje af længden 100 deles ved det gyldne snit i stykker med længder 61,8 og 38,2.



Figur 1.

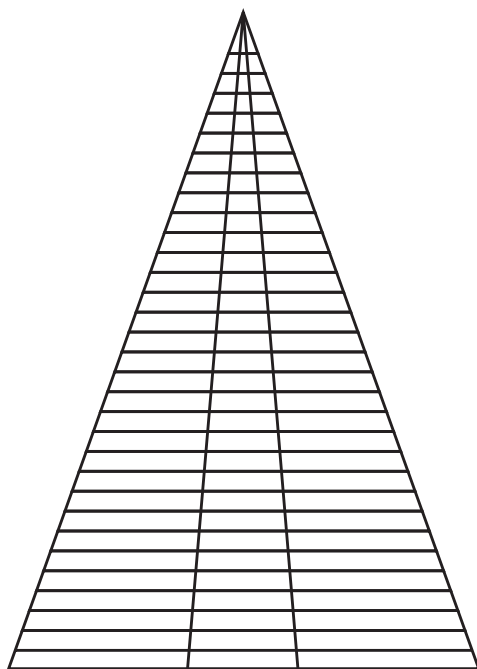
Konstruktion af det gyldne snit

Det gyldne snit kan konstrueres geometrisk som vist på figur 1.

1. Tegn et rektangel $ABCD$, så $AD = 2 \cdot AB$
2. Tegn diagonalen AC .
3. Med centrum i C og CD som radius tegnes en cirkelbue, som skærer AC i punkt E .
4. Med A som centrum og AE som radius tegnes en cirkelbue, som skærer AD i punkt F . F er stedet, hvor AD deles i det gyldne snit.

En nomografisk “harpe”

Hvis man skal tegne mange polyedre, er det praktisk at fremstille en nomografisk “harpe” eller “stige”, se figur 2.



Figur 2

Grundlinjen er delt i forholdet 61,8 : 38,2 : 61,8. Dette forhold optræder hyppigt i polyedre. De vandrette linjer, parallelle med grundlinjen, har kun til formål at gøre det lettere at styre en lineal, når denne skubbes opad fra grundlinjen og parallelt med denne.

Det linjestykke, som skal inddeles, afmærkes på en lineal, der så føres opad i stigen, til mærkerne passer med trekantens yderlinjer. Derefter afmærkes stigen to midterlinjer på linealen for til sidst at blive overført til linjen, der skal deles.

Dodekaæderet

I det følgende vil jeg bruge dodekaæderet til at demonstrere mine metoder. Dodekaæderet består af tolv regulære femkanter, tyve hjørner og tredive kanter.

Dodekaæderet kan anskues i tre grundpositioner, der kræver tre forskellige konstruktionsdiagrammer. Det gælder også for de andre fire platoniske polyedre.

Især ikosaæderet er tæt beslægtet med dodekaæderet: samme antal kanter, tyve trekantede flader og tolv hjørner.

Man kan konstruere ikosaæder via dodekaæder og omvendt, idet den ene figurs hjørner svarer til centrum i den andens flader.

Eulers formel gælder for alle polyedre, regulære og irregulære:

$$\text{Antal kanter} = \text{Antal flader} + \text{hjørner} - 2$$

Eulers formel gør det muligt at regne sig frem til hjørners og kanters antal blot ved at kende fladerne. I dodekaæderets tilfælde:

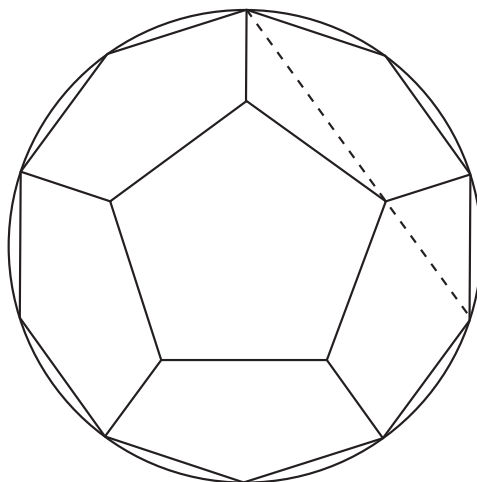
Da hver kant adskiller 2 flader, skal de 12 flader ganges med 5 og divideres med 2, det giver 30 kanter. Træk fladeantallet fra og læg 2 til, og resultatet bliver 20 hjørner.

Dodekaæderkonstruktionen

Der kan bruges computer eller passer og lineal. Hvis man vil bruge passer og lineal, så brug godt, fast papir og en tynd blyant til konstruktionen og tegn derefter eventuelt figuren op med tusch. Lad stregerne tørre nogle timer, før der viskes rent.

Dodekaæder med femkant i fokus

1. Tegn en trekant og tegn hver anden radius op, se figur 3.
2. Tegn en korde fra hjørne til hjørne, sådan at to hjørner springes over. Der, hvor korden skærer radius, er den centrale femkants hjørner, og hermed er den omskrevne cirkel fastlagt.

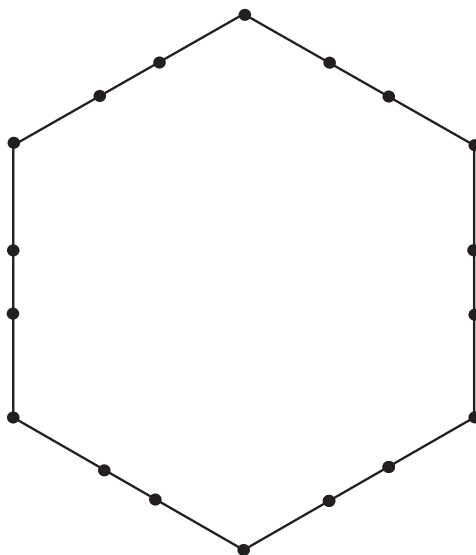


Figur 3

3. Tegn femkanten ved hjælp af cirklen.

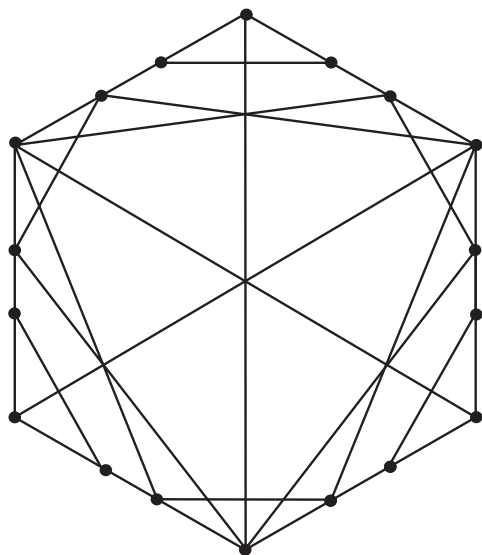
Dodekaæder med hjørne i fokus

1. Tegn en sekskant og inddel siderne i forholdet $61,8 : 38,2 : 61,8$ som vist på figur 4A.

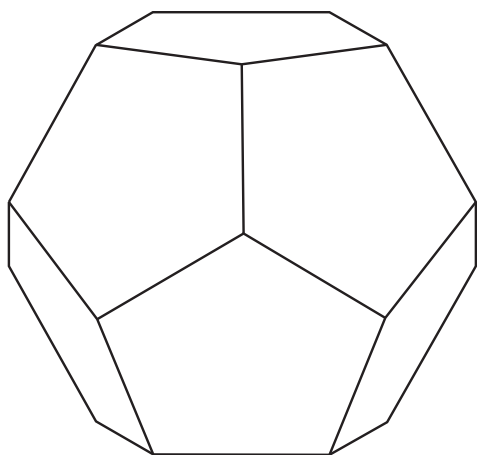


Figur 4A

2. Tegn konstruktionslinjer som vist i figur 4B. Læg mærke til, at linjerne i 4B føres helt igennem, selvom kun en del af linjen bruges i figur 4C.



Figur 4B

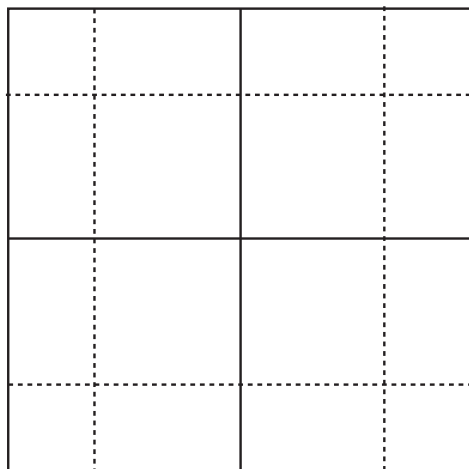


Figur 4C

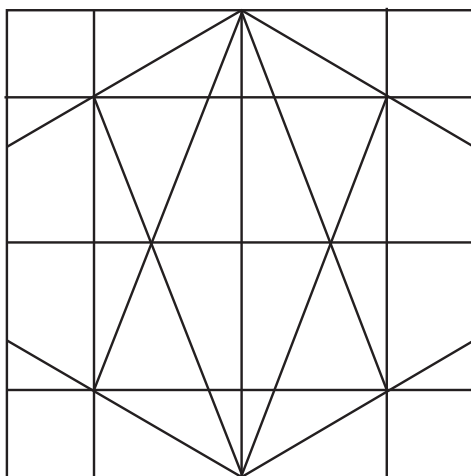
Man skal ikke spare på konstruksjonslinjer.

Dodekaeder med kant i fokus

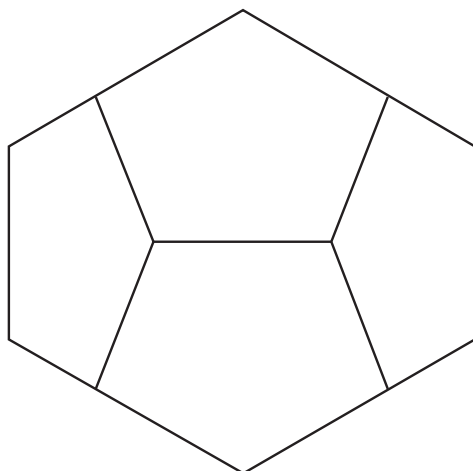
1. Tegn et firdelt kvadrat, som vist på figur 5A.
2. Inndel de fire små kvadraters ydersider i forholdet 38,2 : 61,8 som på figur 5A. Tegn gitteret op.
3. Tegn konstruksjonslinjer som i figur 5B. Den ønskede figur fremkommer nu som vist i figur 5C. ◇



Figur 5A



Figur 5B



Figur 5C