

## Differentiation af kvotient

JENS CARSTENSEN, Tårnby Gymnasium

Efter gymnasireformen er matematikniveauet i gymnasiet sænket betydeligt. På B-niveau er mange beviser for sætninger bortfaldet, således vises ikke længere produkt- og kvotientregel for differentiation. På A-niveau vises i en del lærebøger produktreglen, men ikke kvotientreglen.

Vi giver derfor her et ret simpelt bevis for kvotientreglen, der kun kræver en smule algebra. Vi forudsætter, at produktreglen kendes. For overskuelighedens skyld udelader vi argumentet  $x$ .

Vi ønsker at finde den afledede af  $\frac{f}{g}$  forudsat, at  $f$  og  $g$  er differentiable og at  $g \neq 0$ . Vi sætter

$$h = \frac{f}{g}, \text{ så } f = h \cdot g$$

Her kan vi anvende produktreglen og få:

$$f' = h' \cdot g + h \cdot g' \Leftrightarrow$$

$$h' \cdot g = f' - h \cdot g'.$$

Nu isolerer vi  $h'$ , som vi ønsker at finde og indsætter desuden udtrykket for  $h$ :

$$h' = \frac{f' - h' \cdot g'}{g} = \frac{f' - \frac{f}{g} \cdot g'}{g} = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

Dermed er den ønskede formel opnået. Man kan sige, at beviset ikke er fuldkomment, fordi vi ikke har vist, at  $h$  faktisk er differentiablel, men formelen for kvotientens afledede er frembragt.  $\diamond$