# Tetraedertal og hockeystavsætningen

Af Con Amore Problemgruppen,
Danmarks Pædagogiske Universitet.

I forbindelse med artiklerne om tetraedertallene i de to sidste numre af LMFK-bladet gør vi opmærksom på, at disse tal, altså tallene

$$1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165$$

står som 3. "skrå" søjle i Pascals trekant, se figuren nedenfor.

At det forholder sig sådan, hænger sammen med den velkendte sætning om Pascals trekant, som fortæller, at hver af de "skrå" søjler ved akkumulation giver den næste "skrå" søjle; se figuren, hvor det er illustreret, at

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=10$$
$$1+2+3+4+5+6+7+8=36$$
$$1+3+6+10+15+21=56$$
$$1+4+10+20=35$$

Sætningen har mange fantasifulde navne, et af dem er hockeystavsætningen, se igen figuren, og den bevises let ud fra den grundlæggende relation for Pascals trekant, som på figuren er illustreret ved, at 36 + 9 = 45.

Da 0. "skrå" søjle jo er 1, 1, 1, …, så indebærer hockeystavsætningen, at 1. søjle er de naturlige tal, og derfor må – stadig ifølge hockeystavsætningen – 2. søjle være trekanttallene, og derfor må 3. søjle være tetraedertallene, og derfor må – hvis man ikke er bange for højere dimensioner – 4. søjle være pentatoptallene, osv. osv.

Pascals trekant er åbenbart ikke bare sådan indrettet, at de vandrette rækker giver binomialkoefficienterne for højere og højere potenser af et binomium, men også sådan, at de skrå søjler (på grund af symmetrien både dem, der hælder til venstre, og dem, der hælder til højre) giver punktantallene i simplices i højere og højere dimensioner, inden for hver dimension ordnet efter større og større sidelængder. Tallene i Pascals trekant er altså på én gang de algebraisk definerede binomialkoefficienter og de geometrisk definerede simplextal. ◊