Kunsten at parre cosinus og sinusrelationerne

Af Helge Bennedsen, *helge_bennedsen@mail.dk.*

Ifølge gængse notationstraditioner gælder der ifølge cosinusrelationen at:

$$\cos(A) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

hvor vi nu ganger på begge sider med sin(B) og får følgende:

$$\cos(A) \cdot \sin(B) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c} \cdot \frac{\sin(B)}{b}$$

Vi ved at

$$\frac{\sin(C)}{c} = \frac{\sin(B)}{b}$$

og får så at:

$$\cos(A) \cdot \sin(B) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c^2} \cdot \sin(C)$$

og på tilsvarende vis gælder der at:

$$\cos(B) \cdot \sin(A) = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c^2} \cdot \sin(C)$$

Ved addition fås at

$$\cos(A) \cdot \sin(B) + \cos(B) \cdot \sin(A) =$$
$$\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2c^2} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c^2} \right) \cdot \sin(C) = \sin(C)$$

Yderligere ved vi, at

$$\sin(C) = \sin(180^0 - (A + B)) = \sin(A + B)$$

hvilket kombineret med foregående betragtninger fører til, at:

$$\sin(A + B) = \cos(A) \cdot \sin(B) + \cos(B) \cdot \sin(A)$$

Og det kan der komme ikke så lidt ud af.

Matematik