

Kunsten at beregne vinkler og sider

Af Helge Bennedsen, helge_bennedsen@mail.dk.

Jeg har moret mig med at udtænke en strategi for, hvordan man beregner vinkler og sider i en trekant, hvor man kun kender de tre højders længde, og samtidig gnækket inderligt frydefuldt ved tanken om, at det ville være en sød hjemmeopgave at give til eleverne.

Kære kolleger, lov mig at give jeres elever følgende opgave:

Beregn vinkler og sider i en trekant, hvis tre højder har længderne 6, 7 og 8 enheder.

Og lad være med at vise elever følgende bemærkninger:

Trekant ABC har højderne h_a , h_b og h_c , og sidelængderne a , b , c . En anden trekant $A_1B_1C_1$ har sidelængderne $|A_1B_1| = h_a h_b$, $|B_1C_1| = h_b h_c$, og $|A_1C_1| = h_a h_c$.

De to trekanter er ligedannede, vinkel A er

lig med vinkel A_1 , vinkel B er lig med vinkel B_1 og vinkel C er lig med vinkel C_1 . Det er rimeligt nemt at bevise, idet trekant ABC 's dobbelte areal er lig med $h_a \cdot a = h_b \cdot b = h_c \cdot c$.

Det ses at:

$$\frac{|A_1B_1|}{|B_1C_1|} = \frac{h_a h_b}{h_b h_c} = \frac{h_a}{h_c} = \frac{c}{a} = \frac{|AB|}{|BC|}$$

og tilsvarende indses, at

$$\frac{|B_1C_1|}{|A_1C_1|} = \frac{|BC|}{|AC|}$$

Hermed er det vist, at de to trekanter er ligedannede. Derefter er beregningerne banale, idet man bruger cosinusrelationen på trekant $A_1B_1C_1$ til at finde vinklerne A , B og C . Og så beregner man siderne i trekant ABC på følgende måde:

$$a = \frac{h_b}{\sin(C)}, \quad b = \frac{h_c}{\sin(A)} \quad \text{og} \quad c = \frac{h_a}{\sin(B)}$$

Benyt nu denne skønne mulighed for at udfordre elevernes hjærnekraft.